

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 октября 2023 года

Вариант МА2310111

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

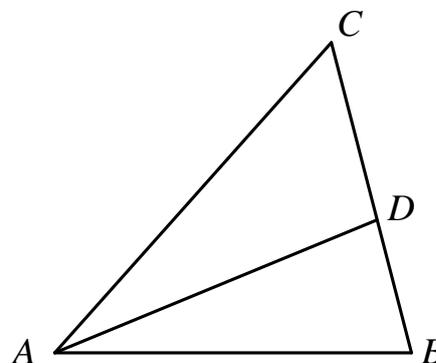
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

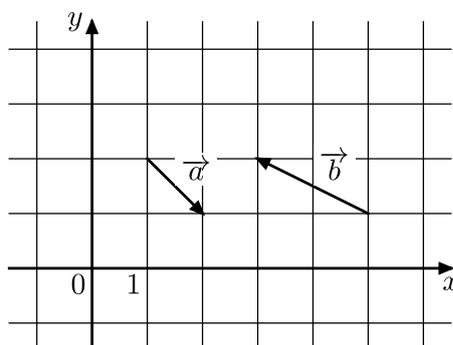
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC угол C равен 46° , AD — биссектриса, угол CAD равен 38° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



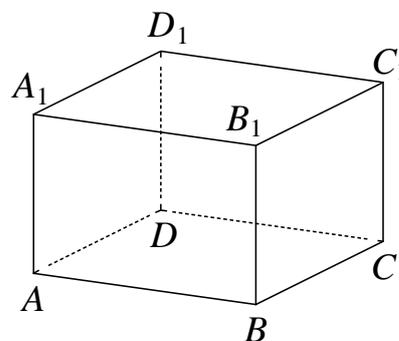
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $2\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 7$, $AD = 7$, $AA_1 = 6$.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 10 из Аргентины, 3 из Бразилии, 7 из Парагвая и 5 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ: _____.

5 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,2, а при каждом последующем — 0,4. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,8?

Ответ: _____.

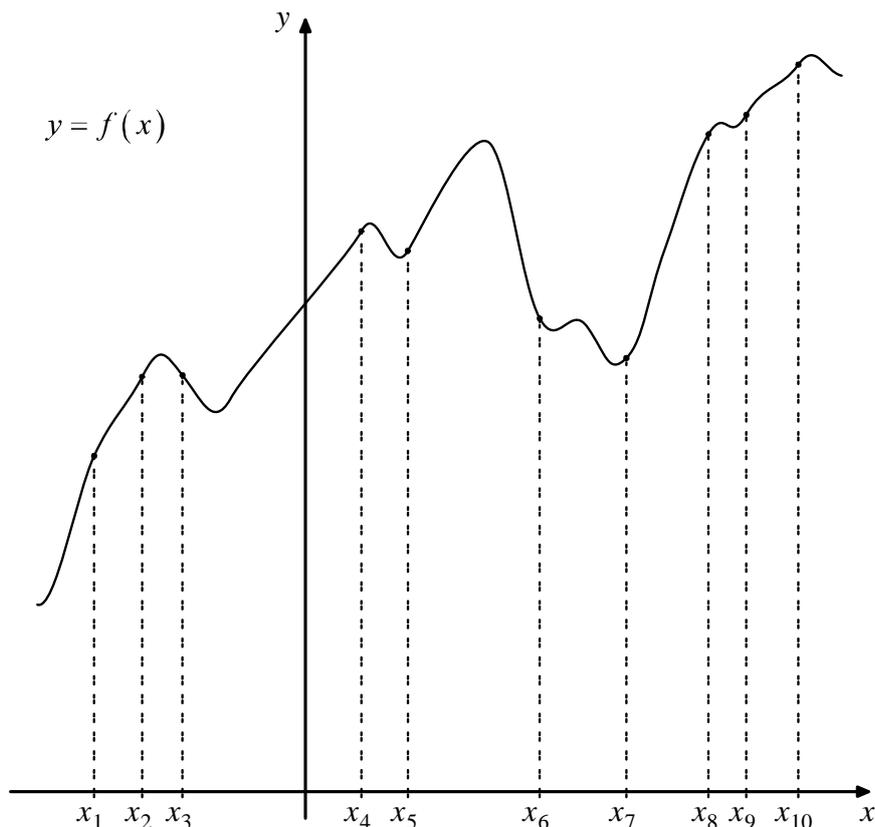
6 Решите уравнение $x = \frac{-3x - 24}{x - 13}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(a^2 - 36) \cdot \left(\frac{1}{a - 6} - \frac{1}{a + 6} \right)$ при $a = \sqrt{17 \frac{5}{101}}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$.



Сколько из отмеченных точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

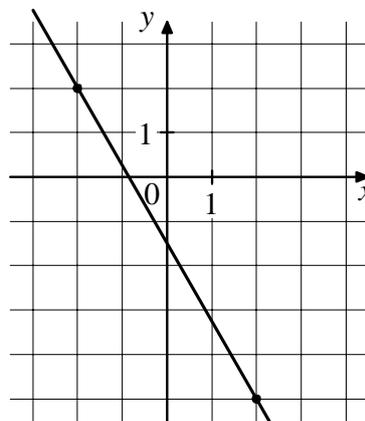
- 9 Груз массой $0,16$ кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 1,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 20 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 10 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 15 минут, второй и третий — за 21 минуту, а первый и третий — за 35 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-14)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 40}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через середину M диагонали AC_1 проведена плоскость α перпендикулярно этой диагонали, $AB = 15$, $BC = 9$, $AA_1 = 12$.

а) Докажите, что плоскость α содержит точку D_1 .

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро $A_1 B_1$.

15

Решите неравенство $x^3 + x^2 - \frac{4x^2 - 3x + 6}{x - 2} \leq 3$.

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2190 тысяч рублей?

17

На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка M , что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC .

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 8$, $BC = 20$, $\angle BAD = 60^\circ$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 2| + (5 - a)|x + 2| + 12 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19

Сумма цифр трёхзначного числа A равна S .

а) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1435?

б) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1436?

в) Найдите наименьшее значение произведения $A \cdot S$, если известно, что оно больше 1918.

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 октября 2023 года

Вариант МА2310112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

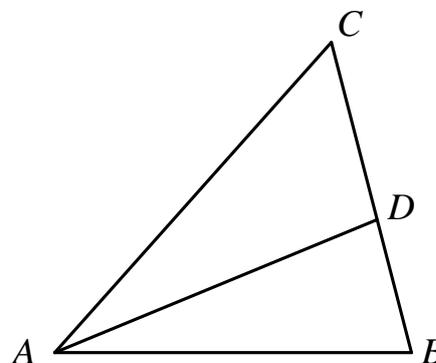
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

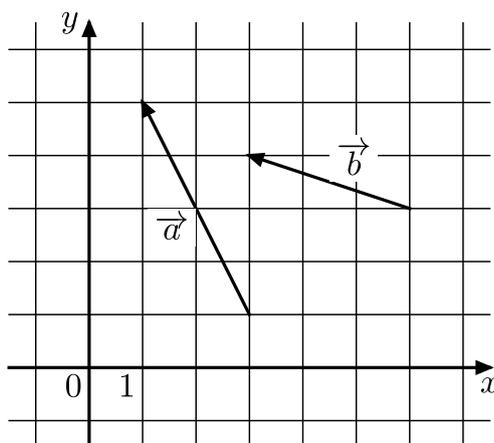
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC угол C равен 77° , AD — биссектриса, угол CAD равен 31° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



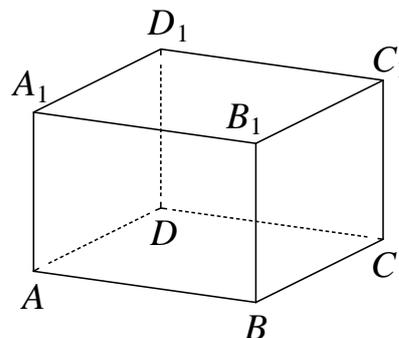
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $\vec{a} + 2\vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, A_1, B_1, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 2$, $AD = 10$, $AA_1 = 9$.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 8 из Аргентины, 6 из Бразилии, 5 из Парагвая и 6 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Аргентины.

Ответ: _____.

5 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,2, а при каждом последующем — 0,3. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,8?

Ответ: _____.

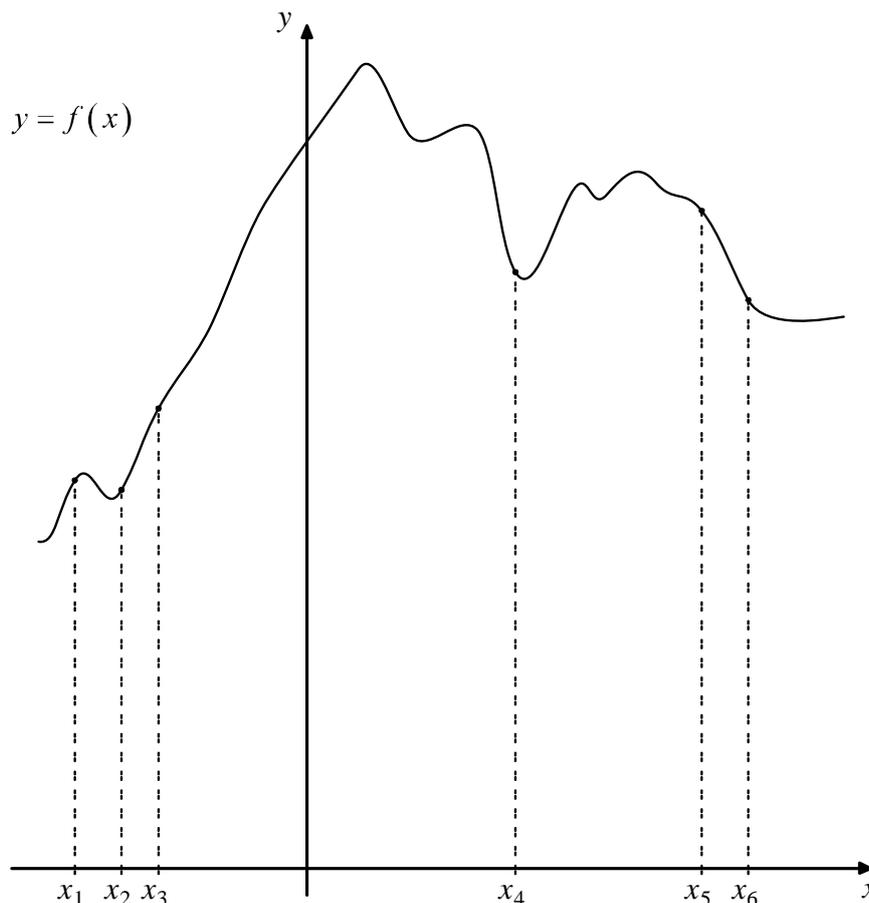
6 Решите уравнение $x = \frac{-3x - 40}{x - 16}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(4a^2 - 81) \cdot \left(\frac{1}{2a - 9} - \frac{1}{2a + 9} \right)$ при $a = \sqrt{15 \frac{7}{103}}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$.



Сколько из отмеченных точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

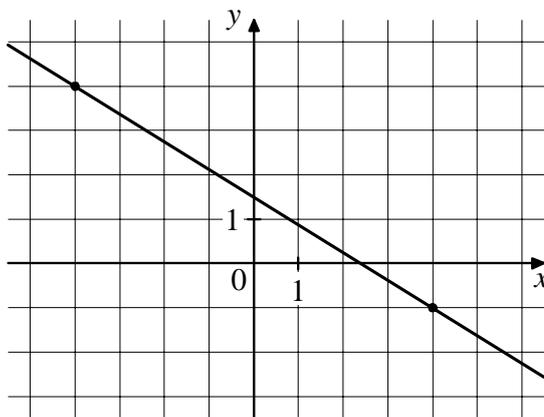
- 9 Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 60 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 10 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 21 минуту, второй и третий — за 28 минут, а первый и третий — за 36 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-12)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 6x + 73}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через середину M диагонали AC_1 проведена плоскость α перпендикулярно этой диагонали, $AB = 10$, $BC = 6$, $AA_1 = 8$.

а) Докажите, что плоскость α содержит точку D_1 .

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро $A_1 B_1$.

15

Решите неравенство $x^3 - 3x^2 + \frac{12x^2 + 7x + 35}{x + 5} \geq 7$.

16

В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2025, 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на 24 % по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2029, 2030, 2031 и 2032 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1827 тысяч рублей?

17

На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка M , что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC .

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 10$, $BC = 20$, $\angle BAD = 60^\circ$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 1| + (2 - a)|x + 1| + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19

Сумма цифр трёхзначного числа A равна S .

а) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1060?

б) Может ли произведение $A \cdot S$ быть равно 1061?

в) Найдите наименьшее значение произведения $A \cdot S$, если известно, что оно больше 2584.