МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
РУССКАЯ КЛАССИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ № 2 г. ТОМСКА

BIT EDUCATION
КАДРЫ ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

Методика проверки и оценки геометрических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (23,24,25). Подходы к оформлению заданий.

Борисова Н.В., учитель математики
МБОУ РКГ №2 г. Томска

Для презентации использованы материалы курсов и лекции Семенова Андрея Викторовича, к. пед .н., ведущего научного сотрудника ФГБНУ «ФИПИ»

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

УДОСТОВЕРЕНИЕ

О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ

180003037621

Документ о квалификации

Регистрационный номер

МА – 11 – 976

Город

Москва

Дата выдачи

18.02.2022 г.

Настоящее удостоверение свидетельствует о том, что

Борисова

Наталья Васильевна

прошел(а) повышение квалификации в (на)

Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный институт педагогических измерений»

с 31 января по 18 февраля 2022 г.

по дополнительной профессиональной программе

«Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования» по предмету «Математика»

в объёме

36 академических часов

М.П.

Руководитель О.А. Решетникова

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

Содержание и структура КИМ ОГЭ по математике

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ ОГЭ

Структура КИМ ОГЭ отвечает цели построения системы дифференцированного обучения математике в современной школе. Дифференциация обучения направлена на решение двух задач: формирования у всех обучающихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу общего образования, и одновременного создания условий, способствующих получению частью обучающихся подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования математики во время дальнейшего обучения.

КИМ разработаны с учётом положения о том, что результатом освоения основной образовательной программы основного общего образования должна стать математическая компетентность выпускников, т.е. они должны: овладеть специфическими для математики знаниями и видами деятельности; научиться преобразованию знания и его применению в учебных и внеучебных ситуациях; сформировать качества, присущие математическому мышлению, а также овладеть математической терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами.

В экзаменационной модели используется система оценивания заданий с развёрнутым ответом, основанная на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включённым в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством просвещения РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

Содержание и структура КИМ ОГЭ по математике

5. Характеристика структуры и содержания КИМ ОГЭ

Работа содержит 25 заданий и состоит из двух частей. Часть 1 содержит 19 заданий с кратким ответом; часть 2 – 6 заданий с развёрнутым ответом.

При проверке базовой математической компетентности экзаменуемые должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Задания части 2 направлены на проверку владения материалом на повышенном и высоком уровнях. Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленных обучающихся, составляющих потенциальный контингент профильных классов. Эта часть содержит задания повышенного и высокого уровней сложности из различных разделов математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности: от относительно простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом и высокий уровень математической культуры.

Таблица 1. Распределение заданий по частям экзаменационной работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С кратким ответом в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа	2	2
2	Часть 1	С кратким ответом в виде числа, последовательности цифр	17	17
3	Часть 2	С развёрнутым ответом	6	12
	Итого		25	31

Содержание и структура КИМ ОГЭ по математике

7. Распределение заданий КИМ по уровням сложности

В табл. 6 приведено распределение заданий КИМ по уровням сложности.

Таблица 6. Распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
Базовый	19	19
Повышенный	4	8
Высокий	2	4
Итого	25	31

Задание 23

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

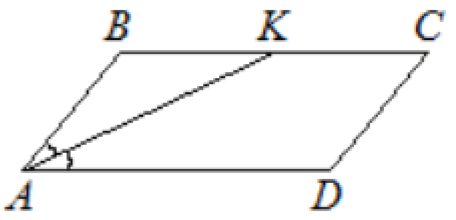
Пример1(решение 1). Задание 23

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Дано: ABCD – параллелограмм, K∈ BC

BK=12,CK=16, AK-биссектриса.

Найти: P_{ABCD} =?



- Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.
AK — биссектриса угла BAD.
Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.
В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

- Ответ: 80.

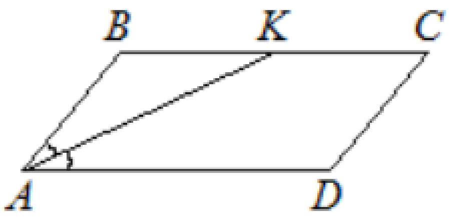
Пример1(решение 2). Задание 23

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Дано: ABCD – параллелограмм, К∈ ВС

ВК=12,СК=16, АК-биссектриса.

Найти: P_{ABCD} =?



- Решение.

Биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. AK — биссектриса угла BAD. Следовательно, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

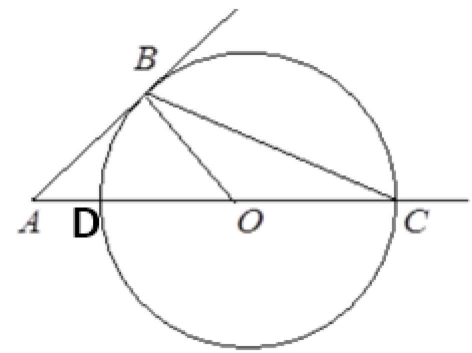
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

- Ответ: 80.

Задание 23

Пример 2 (решение 1).

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB=8$, диаметр окружности равен 3,6.



Дано: Δ^{ABC},
окружность с центром O проходит через вершину C,
AB=8, d=3,6
$O \in AC, AB$ – касательная к окружности.
Найти: AC=?

Решение. **D- точка пересечения окружности и стороны AC.**

Пусть $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем: $AB^2 = AC \cdot AD$,

$$AB^2 = AC(AC - CD);\ 64 = x(x - 3{,}6),\ \text{откуда}$$

$$x = 10.$$

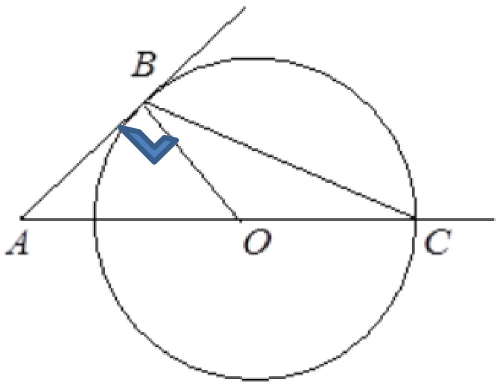
Ответ: AC=10.

Пример 2 (решение 2).

Задание 23

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Дано: Δ^{ABC},
окружность с центром O проходит через вершину C,
AB=8, d=3,6
$O \in AC, AB$ – касательная к окружности.
Найти: AC=?



Решение.

Прямая AB касается окружности, следовательно, радиус OB, равный 1,8, перпендикулярен AB.
Треугольник AOB прямоугольный. По теореме Пифагора:

$AO^2 = AB^2 + OB^2$; $AO^2 = 8^2 + 1{,}8^2$;

$AO^2 = 67{,}24$; $AO = 8{,}2$.

$AC = AO + OC$, где OC – радиус, тогда

$AC = 8{,}2 + 1{,}8 = 10$.

Ответ: AC=10.

Пример 2 (решение 3).

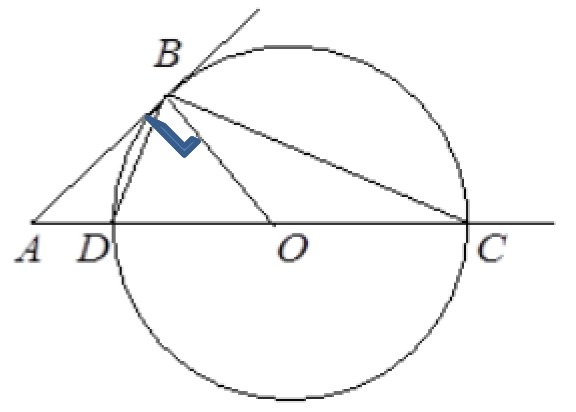
Задание 23

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Треугольник BOC равнобедренный, тогда $\angle OCB = \angle OBC$.

Треугольник BOD равнобедренный, тогда $\angle ODB = \angle OBD$.



Прямая AB касается окружности в точке B, следовательно, радиус OB перпендикулярен AB.

Получаем:

$\angle ABD = 90^\circ - \angle DBO = 90^\circ - \angle BDC = \angle BCD$.

Треугольники ABD и ACB, имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD, подобны по двум углам, следовательно, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC}$.

Пусть $AC = x$, получаем: $AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3{,}6)$;

$x^2 - 3{,}6x - 64 = 0$, $x = 10$ или $x = -6{,}4$. Условию задачи удовлетворяет $x = 10$, $AC = 10$.

Ответ: AC=10.

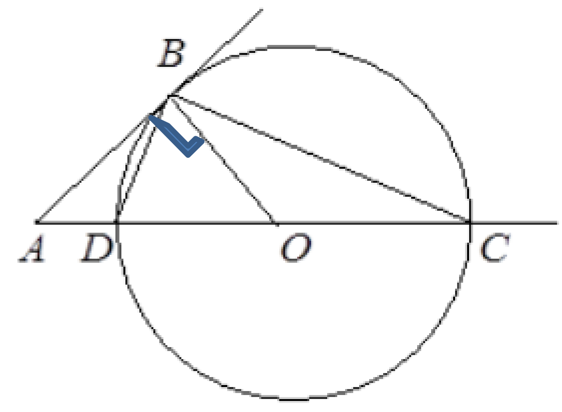
Задание 23

Пример 2 (решение 3).

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB=8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Треугольник BOC равнобедренный, тогда $\angle OCB=\angle OBC$.
Треугольник BOD равнобедренный, тогда $\angle ODB=\angle OBD$.
Прямая AB касается окружности в точке B, следовательно, радиус OB перпендикулярен AB.



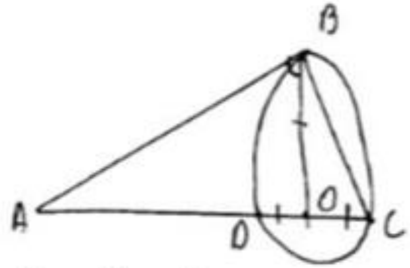
Получаем:
$\angle ABD=90^\circ-\angle DBO=90^\circ-\angle BDC=\angle BCD$.
Треугольники ABD и ACB, имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD, подобны по двум углам, следовательно, $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AB}{AC}$.

Пусть $AC=x$, получаем: $AB^2=AC(AC-CD)$; $64=x(x-3{,}6)$;

$x^2-3{,}6x-64=0$, $x=10$ или $x=-6{,}4$. Условию задачи удовлетворяет $x=10$, $AC=10$.

Ответ: AC=10.

Задание 23 . Работа ученика



Пусть ~~ВД~~ центр окр. О;

$\boxed{AC \cap \text{окружность в точках } D \text{ и } C}$

$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3{,}6/2$

$\angle OBA = 90$ т.к. AB кас. $\Rightarrow$

по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3{,}6}{2}\right)^2 = \cancel{64 + 12{,}96 = 76{,}96} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow AC = \sqrt{76{,}96} + 3{,}6$~~

~~Ответ: $AC = \sqrt{7}$~~

$= 64 + 3{,}24 = 67{,}24 = 8{,}2^2 \Rightarrow AC = 8{,}2 + \boxed{3{,}6} = 11{,}8$

Ответ: $AC = \boxed{11{,}8}$

0 б

Пример 3 (решение 1).

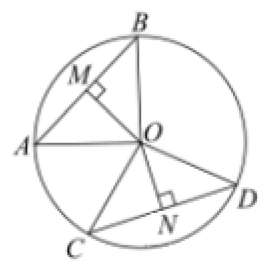
Задание 23

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Дано:
окружность,
О-центр.
AB и CD – хорды,
AB=14, CD=48,
OM=24.
Найти: ON=?

Решение. Пусть OM и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM, они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда (по катету и гипотенузе)



$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$

Аналогично равны треугольники CON и DON, откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

Рассмотрим треугольник MOB, найдем OB по теореме Пифагора.

$$OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25$$

Рассмотрим треугольник OND, он прямоугольный.
По теореме Пифагора найдем ON.

$$ON = \sqrt{OD^2 - ND^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = 7$$

Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.

Ответ: 7.

Пример 3 (решение 2).

Задание 23

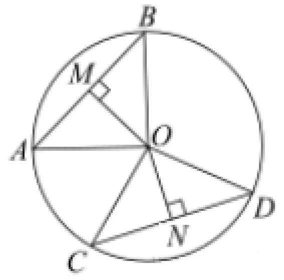
Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Дано: окружность, О-центр. AB и CD – хорды, AB=14, CD=48, OM=24.
Найти: ON=?

Решение. Пусть OM и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM, они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда

$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$



Аналогично равны треугольники CON и DON, откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

Рассмотрим прямоугольные треугольники OND и BMO:
гипотенузы $OD = OB$ как радиусы;
катеты $DN = OM = 24$, следовательно, прямоугольные треугольники OND и BMO равны, откуда получаем: $ON = BM = 7$.
Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.

Ответ: 7.

Пример 4 (решение 1).

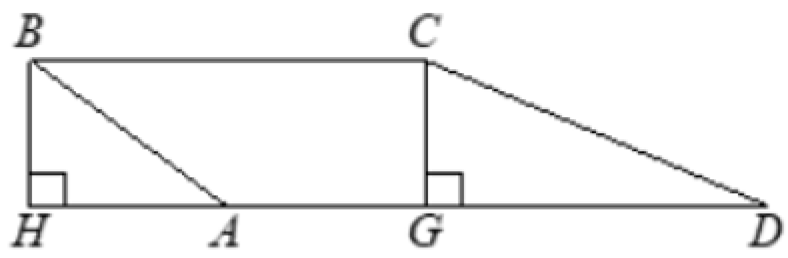
Задание 23

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135°, а $CD = 17$.

Дано: ABCD-трапеция, $< ABC = 30^\circ$,

$< BCD = 135^\circ, CD = 17.$

Найти: AB =?



Решение.

Проведём перпендикуляры $BH = CG$ к прямой AD.

В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 45°, следовательно,

$$CG = CD \cdot \cos 45^\circ = \frac{17\sqrt{2}}{2}.$$

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = \frac{17\sqrt{2}}{2}$,

$$< ABH = < CBH - < ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

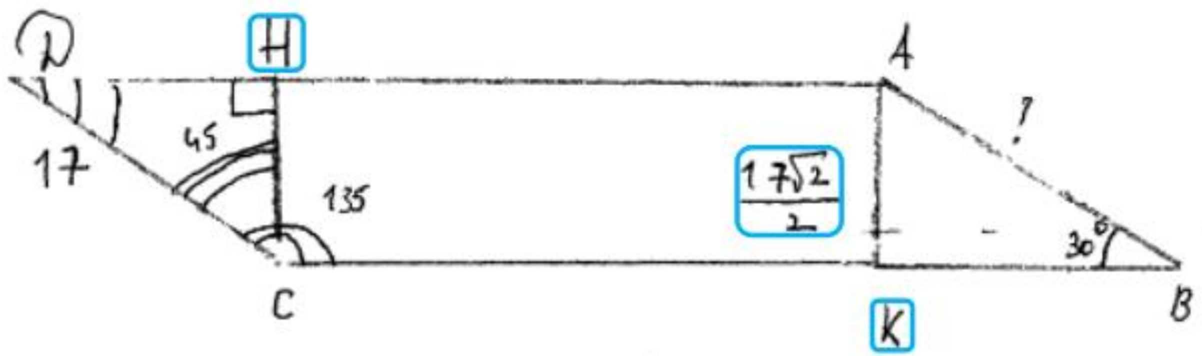
Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 60^\circ} = \frac{17\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 17\sqrt{2}.$

Ответ: $17\sqrt{2}$

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

Задание 23 . Работа ученика



$\angle DCH = 135 - 90 = 45^\circ$

ΔDHC – МБ $\Rightarrow DH = HC = x$ $\quad \boxed{x^2 + x^2 = 17^2}$

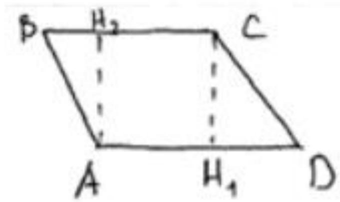
$2x^2 = 289 \Rightarrow x = \frac{17\sqrt{2}}{2}$

$\Delta AKB \Rightarrow AB = \boxed{2 \cdot \frac{17\sqrt{2}}{2}} = 17\sqrt{2}$

Ответ: $17\sqrt{2}$

0 б

Задание 23 . Работа ученика



Дано: $\angle ABC = 30°$, $\angle BCD = 135°$, $CD = 17$, $\boxed{CH_1 = AH_2 = h}$

AB – ?

Решение: $\angle BCH_1 = 90°$

$\angle BCD = \angle BCH_1 + \angle DCH_1 \Rightarrow \angle DCH_1 = \angle BCD - \angle BCH_1$

$\angle DCH_1 = 135° - 90° = 45° \Rightarrow \angle D = 180° - 90° - 45° = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCH_1 = \angle D \Rightarrow \triangle CH_1D$ – равнобедренный (CD – основание)

$CH_1 = DH_1$ (стороны при основании равнобедренного треугольника) $= x$

$\boxed{x^2 + x^2 = 17^2}$

$2x^2 = 289$

$x^2 = 144{,}5$

$x = \sqrt{144{,}5}$

$CH_1 = \sqrt{144{,}5} \Rightarrow AH_2 = \sqrt{144{,}5}$ (высоты равны)

$AH_2 = \frac{1}{2} AB$ (катет, лежащий напротив угла в $30°$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2\,AH_2$

$AB = 2\sqrt{144{,}5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{144{,}5} = \sqrt{578}$

Ответ: $AB = \boxed{\sqrt{578}}$

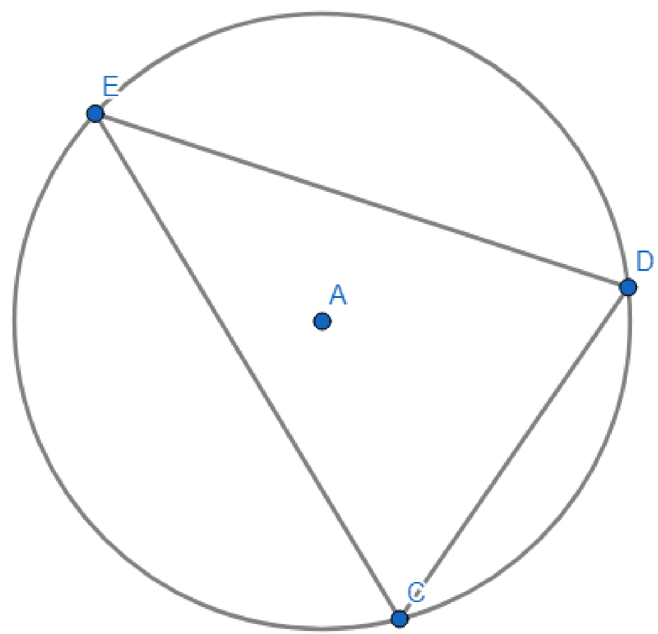
1 б

Пример 5.

Задание 23

1. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 6:13:17. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 18.

Дано: ΔCDE
около него описана окружность.
Вершины делят окружность на три дуги в отношении 6:13:17.
Найти: R=?



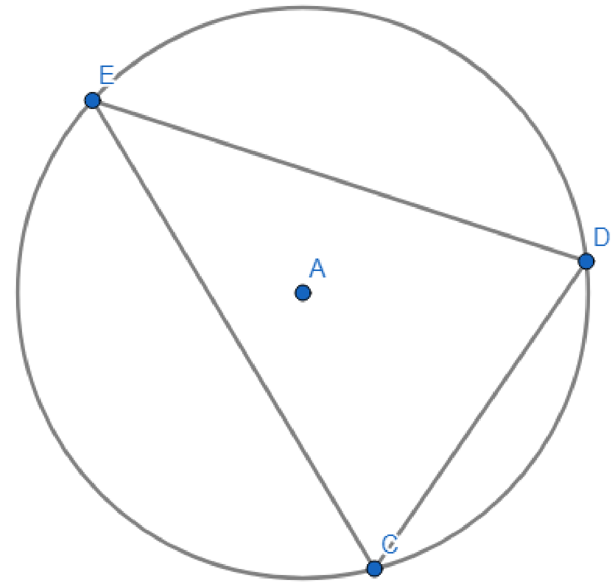
Задача 1. Решение.

1) Пусть дуга $\cup ED = 13$ ч,
$\cup \mathrm{EC} = 17$ ч; $\cup CD = 6$ ч.

1. 6+13+17 = 36 (ч) - вся окружность;
2. 360:36 = 10° - приходится на одну часть;
3. $10^{\circ} \cdot 6 = 60^{\circ}$ -$\cup CD$
4. $10^{\circ} \cdot 13 = 130^{\circ}$ - $\cup ED$
5. $10^{\circ} \cdot 17 = 170^{\circ}$ -$\cup \mathrm{EC}$

2) $<$ E- вписанный и опирается на $\cup CD$, тогда
$<$ E =30°;
$< D$- вписанный и опирается на $\cup$ EC , тогда
$< D$ =85°;
$< C$- вписанный и опирается на $\cup ED$, тогда
$< C$ =65°;

3) Меньшая сторона-это меньшая хорда, которая стягивает меньшую дугу- CD=18 .



Тогда по теореме синусов: $\frac{CD}{sinE} = 2R$

$\frac{18}{0,5} = 2R$; R=18.

Ответ: 18.

Задание 24 - Критерии

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

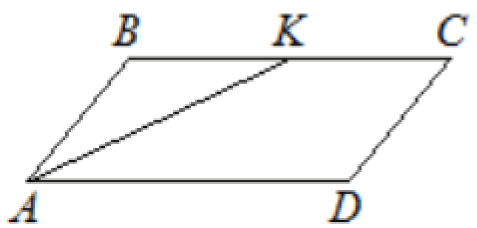
Пример 1. (решение1) Задание 24

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: ABCD – параллелограмм, BC = 2AB

К- середина ВС.

Докажите: что АК – биссектриса $< BAD$.



Доказательство.

Треугольник ABK равнобедренный, поскольку $BK = \frac{1}{2}BC = AB$, тогда углы BAK и BKA равны.

Углы BAK и KAD равны как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.

Получили: $\angle BAK = \angle BKA$ и $\angle BKA = \angle KAD$, следовательно, $\angle BAK = \angle KAD$. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

Пример 1. (решение2) Задание 24

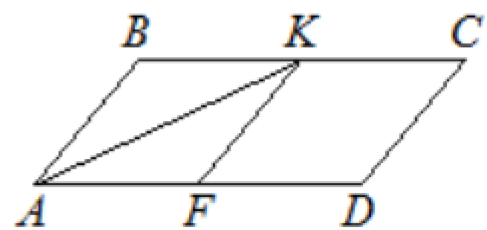
Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: ABCD – параллелограмм, BC = 2AB

К- середина BC.

Докажите: что АК – биссектриса $< BAD$.

Доказательство.



Проведём прямую KF параллельно стороне AB. Четырехугольник $ABKF$ – параллелограмм, прямые AB и KF параллельны, прямые AF и BK параллельны.

Поскольку $BK = \frac{1}{2}BC = AB$, параллелограмм $ABKF$ является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

Задание 24 Работа ученика

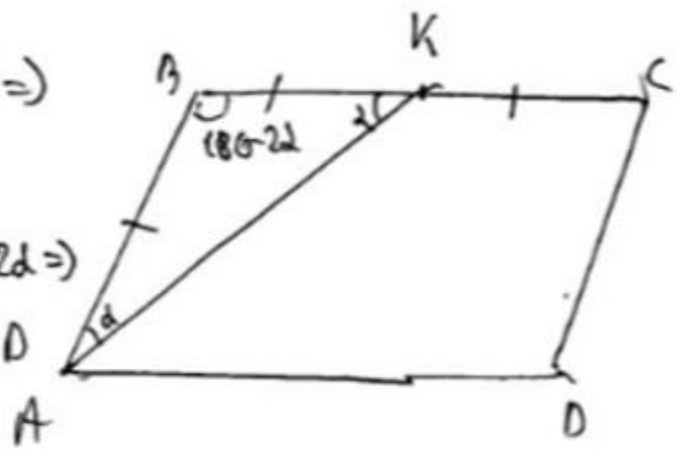
Пусть $AB=a \Rightarrow BC=2a \Rightarrow BK=a \Rightarrow \triangle ABK$ р/б $\Rightarrow$

$\angle BAK=\angle BKA=\alpha \Rightarrow \angle ABK=180-2\alpha$

т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \boxed{\angle BAD+\angle ABK=180} \Rightarrow \angle BA\boxed{K}=2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD=\alpha \Rightarrow \angle BAK=\angle KAD \Rightarrow AK$ бис. $\angle BAD$

$\square$



Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

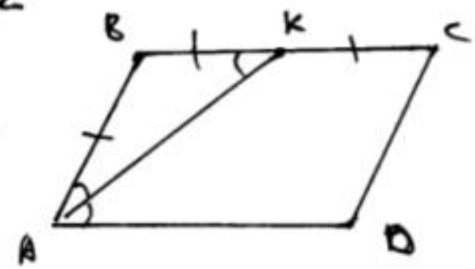
0 б

Задание 24 Работа ученика

Дано: ABCD – параллелогр.

BC = 2AB

BK = KC



$BK = \frac{1}{2} BC = AB$ по усл.

$\triangle ABK$ – равноб.

$\angle BAK = \angle BKA$ по опр. рав. тр.

$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.

$\Downarrow$

$\angle BAK = \angle KAD$

$\Downarrow$

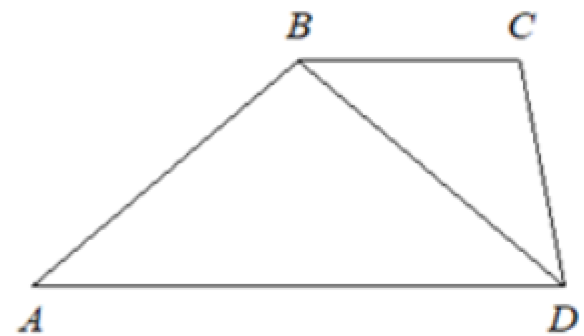
AK – биссектриса

Ч.Т.Д.

0 б

Пример 2. (решение1) Задание 24

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



Дано: ABCD- трапеция,
BC и AD – основания,
BC=3, AD=12,BD=6.
Доказать: что Δ ADB~Δ DBC .

Доказательство.

Рассмотрим треугольники ADB и DBC. $< CBD =< BDA$ – как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей BD.

Заметим, что $\frac{AD}{DB} = \frac{12}{6} = 2$ и $\frac{DB}{BC} = \frac{6}{3} = 2$. Следовательно, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC}$.

Значит, Δ ADB~Δ DBC – по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

Пример 1. (решение1) Задание 25

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 16 и 39 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC = \frac{\sqrt{39}}{8}$.

Дано: ΔABC

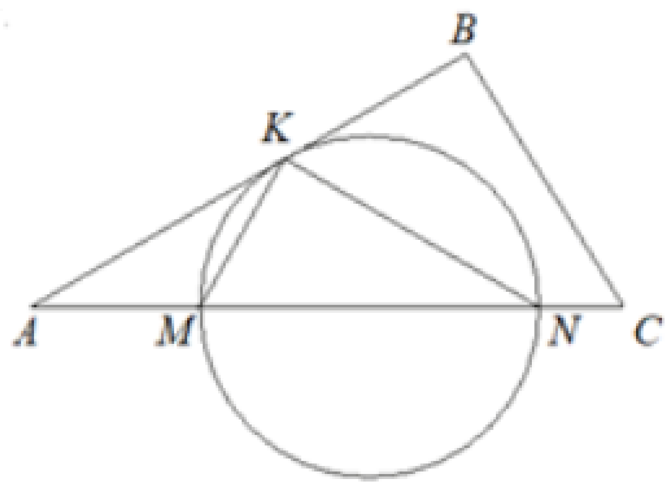
M,N∈ окружности радиуса R.

$M и N \in AC.$

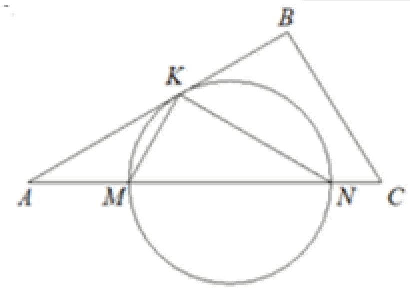
$AM = 16$,AN=39

$cos < BAC = \frac{\sqrt{39}}{8}$

Найти: R=?



Пример 1. Задание 25



Решение.

1. Пусть К- точка касания окружности с лучом АВ. По теореме о касательной и секущей $AK^2 = AM \cdot AN = 16 \cdot 39 = 624$. $AK = \sqrt{624}$. **Рассмотрим** ΔAKM. **По теореме косинусов**

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2AM \cdot AK\cos < BAC = 256 + 624 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{624} \cdot \frac{\sqrt{39}}{8} = 256.$$

$KM = \sqrt{256} = 16$. Следовательно, $AM = KM$ значит ΔAKM – равнобедренный, поэтому

$$< AKM = < KAM = < BAC \ (*)$$

2. По теореме об угле между касательной и хордой (угол между касательной и хордой измеряется половиной заключенной в нем дуги) $< AKM = \frac{1}{2} \cup MK$ **и** $< KNM = \frac{1}{2} \cup MK$ **– как вписанный угол.**

Следовательно,)$< AKM = < KNM (**)$. Из условий $(*)$ и $(**)$ следует, что $< KNM = < BAC$ следовательно $\cos < BAC = \cos < KNM$

3. **По условию** $\cos < BAC = \frac{\sqrt{39}}{8}$. **Из основного тригонометрического тождества:** $\cos^2 < KNM + \sin^2 < KNM = 1$,

тогда $\sin < KNM = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{39}}{8}\right)^2} = \frac{5}{8}$. **По теореме синусов** $\frac{KM}{\sin < KNM} = 2R$.

$$R = \frac{KM}{2\sin < KNM} = \frac{16}{2 \cdot \frac{5}{8}} = \frac{16 \cdot 8}{2 \cdot 5} = \frac{128}{10} = 12{,}8.$$

Ответ: 12,8.

Пример 2. Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 9$, $MD = 3$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Решение.

Пусть окружность с диаметром BC вторично пересекается с прямой AC в точке K (см. рис.). Поскольку BK — высота остроугольного треугольника ABC, точка K лежит на стороне AC.

Продолжим высоту AD за точку D до пересечения с окружностью в точке Q. Тогда $DQ = MD = 3$.

По следствию из теоремы о касательной и секущей

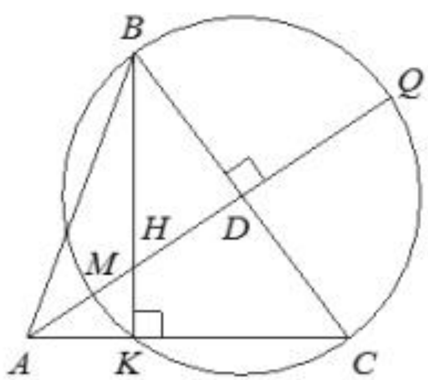
$$AK \cdot AC = AM \cdot AQ = (AD - MD) \cdot (AD + MQ) = \\ = 6 \cdot 12 = 72.$$

Из подобия прямоугольных треугольников AKH и ADC следует, что

$\dfrac{AK}{AH} = \dfrac{AD}{AC}$, откуда $AK \cdot AC = AD \cdot AH = 9AH$.

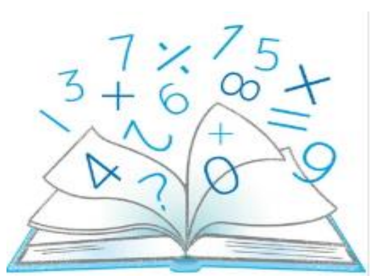
Значит, $9AH = 72$. Следовательно, $AH = 8$.

Ответ: 8.



Решение геометрических задач , повышенной сложности

Спасибо за внимание!



ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ