МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
РУССКАЯ КЛАССИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ № 2 г. ТОМСКА

BIT EDUCATION
КАДРЫ ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

Лекция «Метод интервалов. Решение неравенств. Задание 20 – ОГЭ математика»

Борисова Наталья Васильевна,
МБОУ РКГ №2 г. Томска

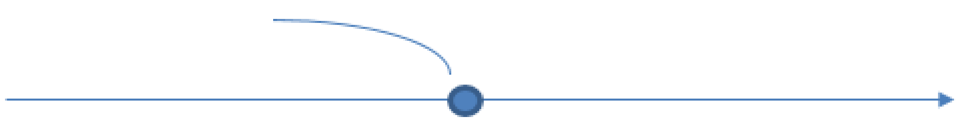
Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 1. Найдите область допустимых значений алгебраического выражения $\sqrt{17{,}5-7x}$.

Решение. $17{,}5 - 7x \geq 0$

$-7x \geq -17{,}5$ /(-7)

$x \leq 2{,}5$



2,5

x

Ответ: $(-\infty; 2{,}5]$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 2. Найди ошибки в решении неравенства. Каковы, на ваш взгляд, причины их возникновения?

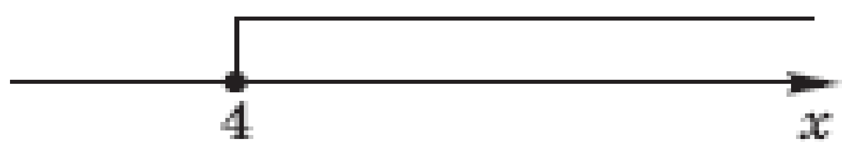
а) $3x + 7 \geqslant 5(x - 2) - (2x + 1);$

$$3x + 7 \geqslant 5x - 10 - 2x + 1;$$

$$3x - 5x - 2x \geqslant -10 + 1 - 7;$$

$$-4x \geqslant -16;$$

$$x \geqslant 4.$$



Ответ: $[4; \infty)$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 2. Найди ошибки в решении неравенства. Каковы, на ваш взгляд, причины их возникновения?

Решение.

а) $3x + 7 \geqslant 5(x-2) - (2x+1);$

$$3x + 7 \geqslant 5x - 10 - 2x \cancel{+} 1;$$

$$3x - 5x \cancel{-} 2x \geqslant -10 \cancel{+} 1 - 7;$$

$$\mathbf{3}x - \mathbf{5}x + \mathbf{2}x \geq -\mathbf{10} - \mathbf{7} - \mathbf{1};$$

$$\mathbf{0}x \geq -\mathbf{18};$$

верно при любом значении переменной х.

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 2. Найди ошибки в решении неравенства. Каковы, на ваш взгляд, причины их возникновения?

б) $$\frac{3x+5}{4} - 1 < \frac{x-2}{3} + x;$$

$$3(3x+5) - 1 < 4(x-2) + 12x;$$
$$9x + 15 - 1 < 4x - 8 + 12x;$$
$$9x - 4x + 12x < 15 - 1 - 8;$$
$$17x < 6;$$

Ответ: $\left(-\infty; \frac{6}{17}\right)$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 2. Найди ошибки в решении неравенства. Каковы, на ваш взгляд, причины их возникновения?

Решение:

б) $\frac{3x+5}{4} - 1 < \frac{x-2}{3} + x; \quad / \frac{12}{1}$

$3(3x+5) - \cancel{1} < 4(x-2) + 12x;$

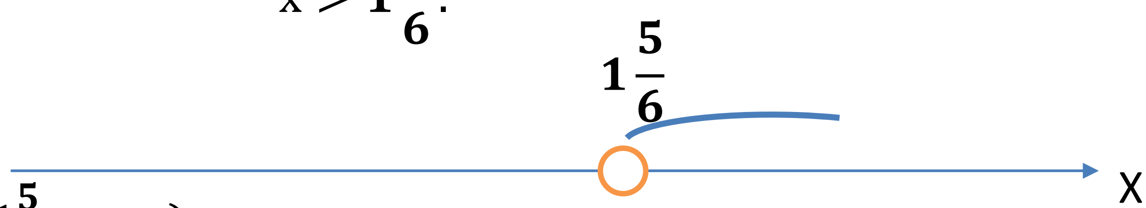
$9x + 15 - 12 < 4x - 8 + 12x;$

$9x - 4x - 12x < -8 - 15 + 12;$

$-6x < -11 \quad /(-6)$

$x > \frac{11}{6};$

$x > 1\frac{5}{6}.$



Ответ: $(1\frac{5}{6}; +\infty)$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 3. Решить неравенство $2x^2 - 3x - 2 < 0$.

1. Найдём корни квадратного уравнения $2x^2 - 3x - 2 = 0$:

$$D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25, \quad D > 0;$$

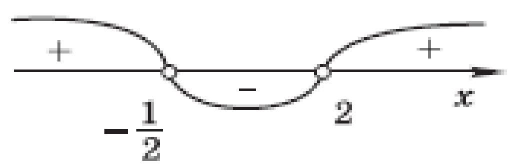
$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4};$$

$$x_1 = \frac{3+5}{4} = 2; \quad x_2 = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}.$$

2. Разложим квадратный трёхчлен $2x^2 - 3x - 2$ на линейные множители:

$$2x^2 - 3x - 2 = 2(x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right).$$

3. Решим неравенство методом интервалов.



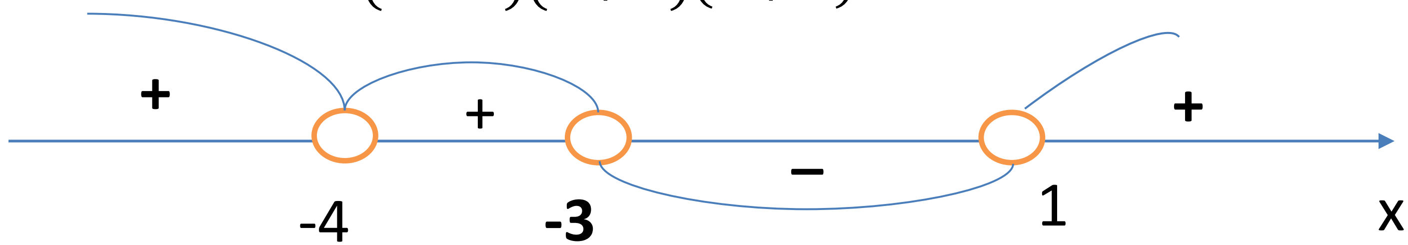
Ответ: $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 4.

Проанализировать решение и объяснить полученный ответ.

$$(x-\mathbf{1})(x+\mathbf{3})(x+\mathbf{4})^{\mathbf{2}} > \mathbf{0}$$



Ответ: $(-\infty; -\mathbf{4}) \cup (-\mathbf{4}; -\mathbf{3}) \cup (\mathbf{1}; +\infty)$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 5. Объяснить решение неравенства:

$$x(x-1)(x+1)^3(x-2)^2 \geqslant 0.$$

Решение.

Ответ: $[-1;\ 0] \cup [1;\ +\infty)$.

Замечание:

- **Если n – чётное, то при переходе через точку x=2 левая часть неравенства не меняет знака;**

- **если n- нечётное, то левая часть неравенства при переходе через точку x = -1 меняет свой знак на противоположный.**

Задание 6. **Решите неравенство**

$$\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0.$$

Замечание.

Выражение $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$ при условии:

$$\begin{cases} P(x) \geq 0, \\ Q(x) > 0. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} P(x) \leq 0, \\ Q(x) < 0. \end{cases}$$

Надо решить две системы и объединить их решения.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 6. **Решите неравенство** $\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0$.

Решение. Заметим что, частное двух алгебраических выражений положительно, если числитель и знаменатель имеют одинаковые знаки. То есть либо оба положительны, либо оба отрицательны.

Так как числитель $-18 < 0$,

следовательно знаменатель $(x+4)^2 - 10 < 0$.

1. Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые

$x^2 + 8x + 16 - 10 < 0$

$x^2 + 8x + 6 < 0$

2. Найдем нули выражения: $x^2 + 8x + 6 = 0$.

D=$8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 40, D > 0 - 2$ действительных корня.

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{40}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{4 \cdot 10}}{2} = -4 \pm \sqrt{10}.$$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 6. Решение (Продолжение)

Так как числитель $-18 < 0$, следовательно знаменатель

$$(x + 4)^2 - 10 < 0.$$

1. Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые

$x^2 + 8x + 16 - 10 < 0, x^2 + 8x + 6 < 0$

2. Найдем нули выражения: $x^2 + 8x + 6 = 0$.

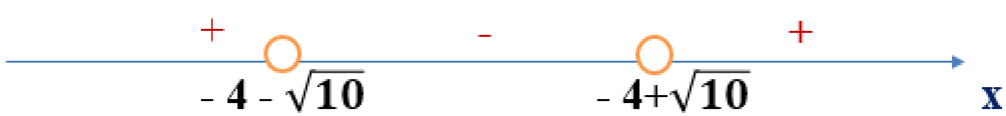
D=$8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 40, D > 0 - 2$ действительных корня.

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{40}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{4 \cdot 10}}{2} = -4 \pm \sqrt{10}.$$

3. Разложим на линейные множители: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$x^2 + 8x + 6 = (x + 4 + \sqrt{10})(x + 4 - \sqrt{10})$

4. Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: $(-4 - \sqrt{10}; -4 + \sqrt{10})$

Задание 7. **Решите неравенство**

$$-\frac{12}{-2x-15+x^2} \geq 0.$$

Ответ: (-3;5).

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 7. **Решите неравенство** $-\frac{12}{-2x-15+x^2} \geq 0.$

Решение.

1. Преобразуем выражение: $-\frac{12}{-2x-15+x^2} \geq 0$ / (-1)

$$\frac{12}{-2x-15+x^2} \leq 0$$

Частное двух алгебраических выражений отрицательно, если числитель и знаменатель имеют разные знаки.

Так как числитель $12 > 0$, следовательно знаменатель $-2x-15+x^2<0.$

(знаменатель не может быть равен нулю, так как на нуль делить нельзя)

2.Найдем нули выражения: $-2x-15+x^2=0$

$x^2-2x-15=0.$

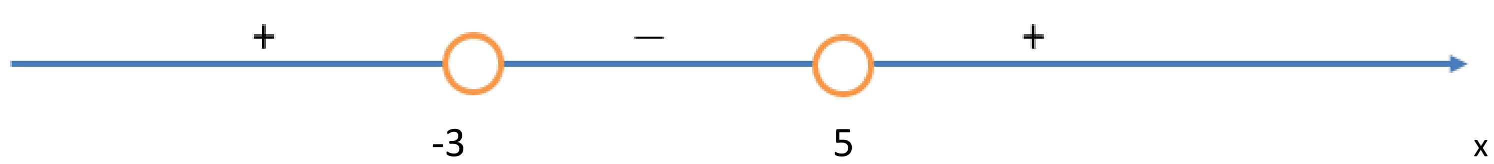
$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-15)=64, D>0-2$ действительных корня.

$$x_{1,2}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{64}}{2};\ x_1=-3 \text{ и } x_2=5$$

3. Разложим на линейные множители: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

$x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

4. Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: (-3;5).

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 8. **Решите неравенство**

$$(x-5)^2 < \sqrt{7}\,(x-5).$$

Решение. $(x-5)^2 < \sqrt{7}\,(x-5).$

1. Разложим на множители: $(x-5)^2 - \sqrt{7}\,(x-5) < 0.$

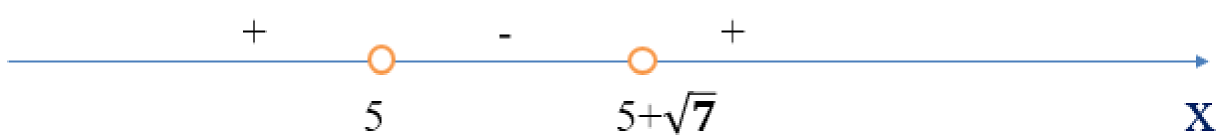
$$(x-5)((x-5)-\sqrt{7}) < 0.$$

2. Найдем нули выражения: $(x-5)\left((x-5)-\sqrt{7}\right) = 0$

x -5 = 0 или x -5 $-\sqrt{7} = 0$

$x_1 = 5$ $\quad$ $x_2 = 5+\sqrt{7}$

3. Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: $(5;\ 5+\sqrt{7})$

Задание 9. **Решите неравенство**

$$(x-11)^2 < \sqrt{5}\,(x-11).$$

- Ответ: $\left(11;\, 11+\sqrt{5}\right)$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 9. **Решите неравенство**

$$(x-\mathbf{11})^{2}<\sqrt{\mathbf{5}}\,(x-\mathbf{11}).$$

Решение.

1. Разложим на множители: $(x-11)^2<\sqrt{5}\,(x-11)$.

$$(x-11)^2-\sqrt{5}\,(x-11)<0$$

$$(x-11)((x-11)-\sqrt{5})<0$$

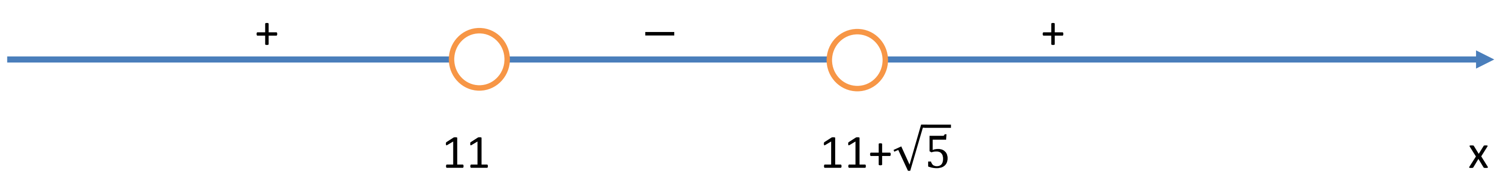
$$(x-11)(x-11-\sqrt{5})<0$$

2. Найдем нули выражения: $(x-11)(x-11-\sqrt{5})=0$

$$x-11=0 \text{ или } x-11-\sqrt{5}=0$$

$$x=11 \qquad\qquad x=11+\sqrt{5}$$

3. Решим неравенство методом интервалов:



- Ответ: $(11;\,11+\sqrt{5})$.

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 10. **Решите неравенство** $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{x^2-7x+12}\le 1$

Решение.

1. Разложим на линейные множители знаменатель третьей дроби:

$$x^2-7x+12=0$$

По т. Виета $\begin{cases} x_1+x_2=7, \\ x_1\cdot x_2=12; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=3, \\ x_2=4. \end{cases}$

По формуле : $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

$$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$$

2. Преобразуем левую часть неравенства:

$$\frac{1^{\backslash x-4}}{(x-2)(x-3)}+\frac{1^{\backslash x-3}}{(x-2)(x-4)}+\frac{1^{\backslash x-2}}{(x-3)(x-4)}-\frac{1^{\ \backslash(x-2)(x-3)(x-4)}}{1}\le 0$$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 10. **Решите неравенство** $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{x^2-7x+12}\le 1$

Решение. (Продолжение)

2. Преобразуем левую часть неравенства:

$$\frac{1^{\backslash x-4}}{(x-2)(x-3)}+\frac{1^{\backslash x-3}}{(x-2)(x-4)}+\frac{1^{\backslash x-2}}{(x-3)(x-4)}-\frac{1^{\ \backslash(x-2)(x-3)(x-4)}}{1}\le 0$$

$$\frac{x-4+x-3+x-2-(x-2)(x-3)(x-4)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$$\frac{3x-9\ -(x-2)(x-3)(x-4)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$$\frac{3(x-3)-(x-2)(x-3)(x-4)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$$\frac{(x-3)(3-(x-2)(x-4))}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$$\frac{(x-3)(3-x^2+6x-8)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 10. **Решите неравенство** $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{x^2-7x+12}\le 1$

Решение. (Продолжение)

2. Преобразуем левую часть неравенства:

$$\frac{(x-3)(3-x^2+6x-8)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$$\frac{(x-3)(-x^2+6x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$$

$\frac{-(x-3)(x^2-6x+5)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\le 0$ разделим левую и правую часть неравенства на (-1)

$$\frac{(x-3)(x^2-6x+5)}{(x-2)(x-3)(x-4)}\ge 0$$

Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 10. **Решите неравенство** $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{x^2-7x+12}\le 1$

Решение. (Продолжение)

2. Преобразуем левую часть неравенства: $\frac{(x-3)(x^2-6x+5)}{(x-2)(x-3)(x-4)} \ge 0$

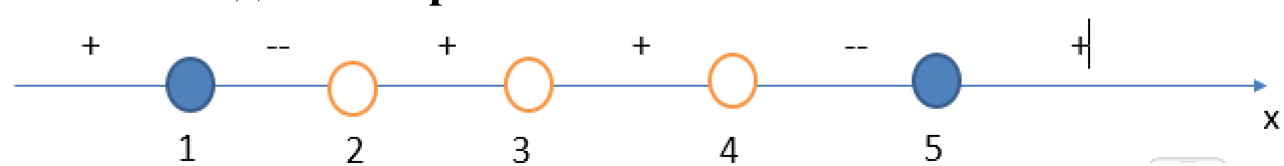
Заметим, что $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$

Тогда $\frac{(x-3)(x-1)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)} \ge 0$

3. Найдем нули выражения: $\frac{(x-3)(x-1)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)(x-1)(x-5)=0,\\(x-2)(x-3)(x-4)\ne 0;\end{cases}$

$$\begin{cases} x_1=3, x_2=1, =5,\\ x_4\ne 2, x_5\ne 3, x_6\ne 4.\end{cases}$$

4. Решим неравенство методом интервалов:



Метод интервалов. Решение неравенств.

Задание 10. **Решите неравенство** $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-2)(x-4)}+\frac{1}{x^2-7x+12}\le 1$

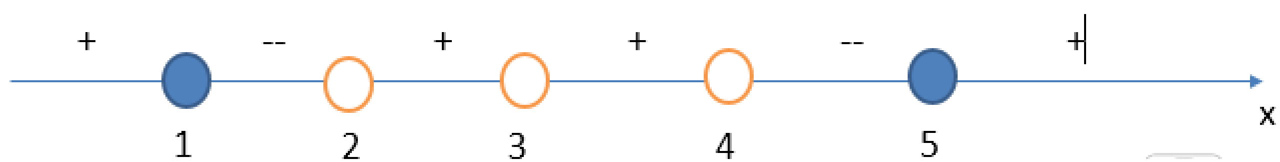
Решение. (Продолжение) Тогда $\frac{(x-3)(x-1)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)} \geq 0$

3. Найдем нули выражения:

$$\frac{(x-3)(x-1)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)(x-1)(x-5) = 0,\\ (x-2)(x-3)(x-4) \neq 0;\end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3, x_2 = 1, = 5,\\ x_4 \neq 2, x_5 \neq 3, x_6 \neq 4.\end{cases}$$

4. Решим неравенство методом интервалов:

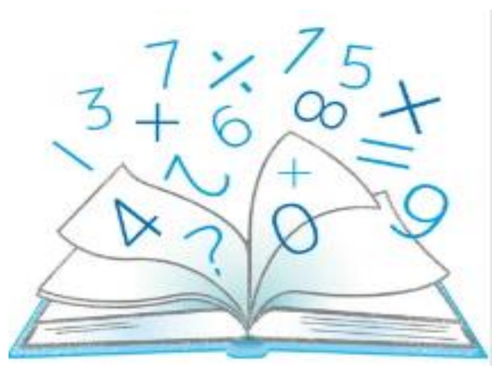


Ответ: $(-\infty; 1] \cup (2; 3) \cup (3; 4) \cup [5; +\infty)$.

Лекция к занятию

Метод интервалов. Решение неравенств.

Спасибо за внимание!



ВИРТУАЛЬНАЯ ТВОРЧЕСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ