РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ ПО ГЕОМЕТРИИ

части С

Лектор - учитель математики МБОУ РКГ №2   Борисова Наталья Васильевна

23. Точка H является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите AB, если AH=9, AC = 36

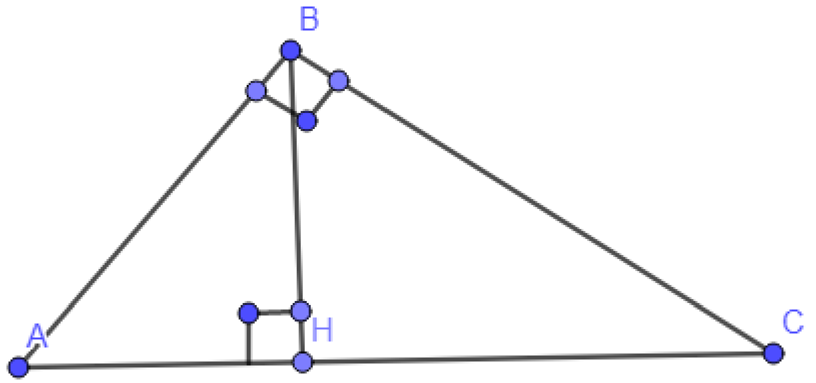
Дано: ΔABC – прямоугольный,

BH- высота, $< B = 90$

AH=9,AC=36.

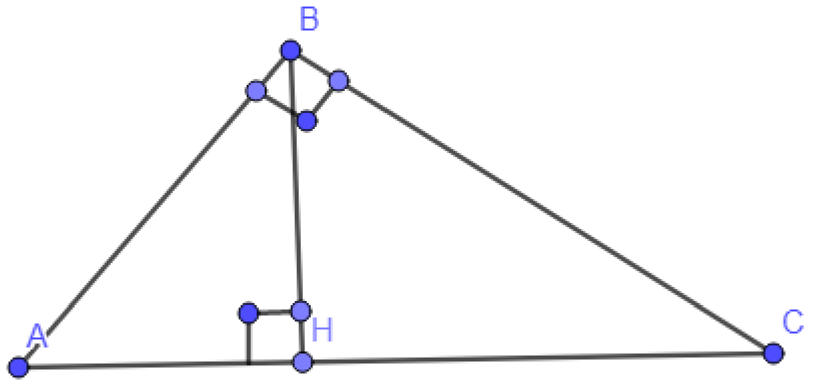
Найдите: AB=?

Решение. 1 способ.



1. По свойству высоты, проведенной из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, катет есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.
2. AB=$\sqrt{AC \cdot AH}$=$\sqrt{36 \cdot 9} = 6 \cdot 3 = 18.$ Ответ: $AB = 18.$

23. Точка H является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC. Найдите AB, если AH=9, AC = 36



Дано: ΔABC – прямоугольный,

BH- высота, $< B = 90$

AH=9,AC=36.

Найдите: AB=?

Решение. 2 способ.

Рассмотрим ΔABC и ΔABH.

1. $< A$ – общий,

2. $< AHB =< ABC = 90$

Следовательно : $\Delta ABC \sim \Delta ABH$ (по двум углам),

Тогда $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$.

Отсюда $AB^2 = AC \cdot AH = 36 \cdot 9, AB = \sqrt{36 \cdot 9} = 6 \cdot 3 = 18.$

Ответ: $AB = 18.$

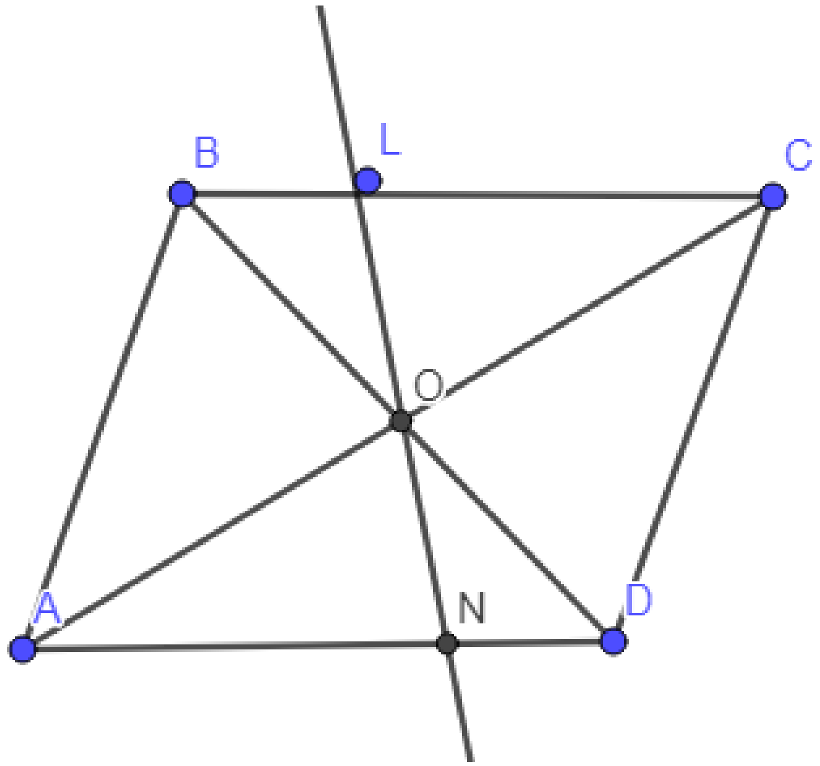
24.Через точку О пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что отрезки CL и AN равны.

Дано: ABCD –параллелограмм,
$BC \cap AC$ в точке O.

LN$\cap$ BC в точке L,

LN$\cap$ AD в точке N

Докажите: что CL=AN.



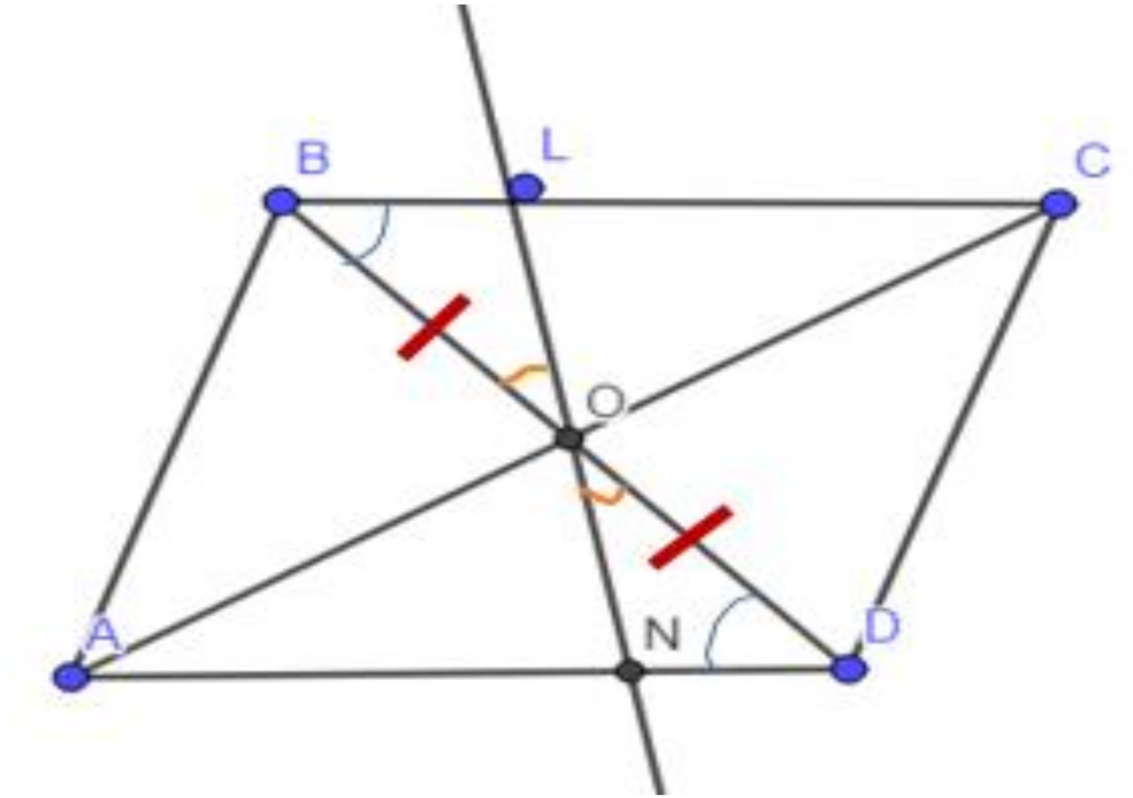
24.

Дано: ABCD –параллелограмм,
$BC \cap AC$ в точке O.

LN$\cap$ BC в точке L,

LN$\cap$ AD в точке N

Докажите: что CL=AN.



Доказательство:

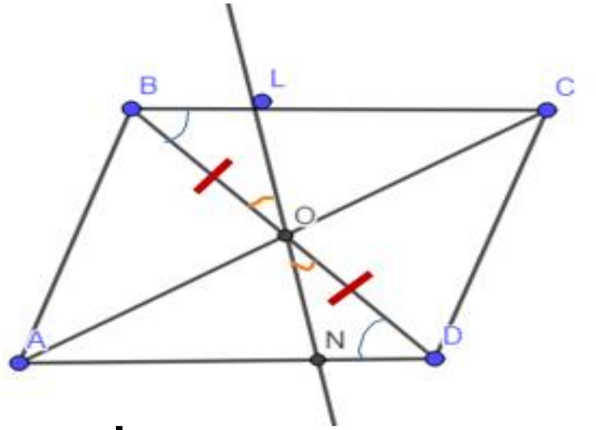
Рассмотрим ΔBOL и ΔNOD.

1. BO $= OD$ – так как,
диагонали параллелограмма пересекаются
и точкой пересечения делятся пополам;

2. $< LBO =< NDO$ как внутренние накрест лежащие при $BC||AD$
–как противолежащие стороны параллелограмма и секущей BD;

3. $< BOL =< NOD$ – как вертикальные.

24.



$1. \mathrm{BO} = OD$ – так как,
диагонали параллелограмма пересекаются
и точкой пересечения делятся пополам;
$2. < LBO =< NDO$ как внутренние накрест лежащие при $BC||AD$
–как противолежащие стороны параллелограмма и секущей BD;
$3. < BOL =< NOD$ – как вертикальные.

$\Longrightarrow$ по стороне
и двум прилежащим
к ней углам.

$\Delta\boldsymbol{BOL}$ и $\Delta\boldsymbol{DON}$

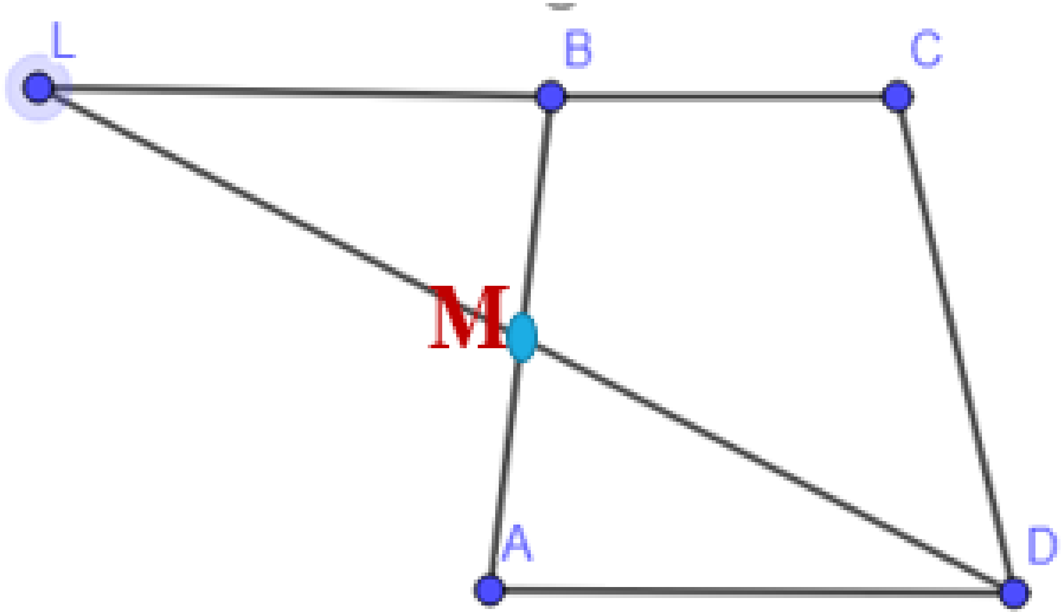
В равных треугольниках соответственные элементы равны, тогда

AN=LC ч.т.д.

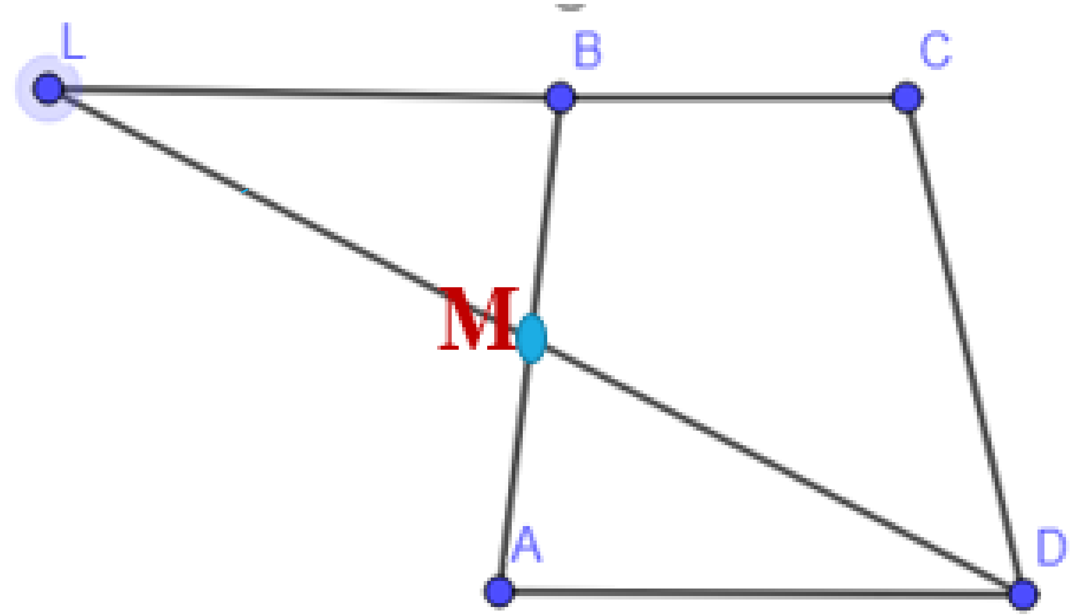
25.

Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Дано: ABCD – трапеция,
BC и AD – основания.
BC=16,
DL- биссектриса ,
M- середина AB.
Найти:$S_{ABCD} = ?$



Дано: ABCD – трапеция,
BC и AD – основания.
BC=16,
DL- биссектриса ,
M- середина AB.
Найти:$S_{ABCD} = ?$



Решение: 1. Продолжим биссектрису DL до пересечения с основанием BC. Получим точку L.

2. Рассмотрим ΔLBM и ΔDAM.

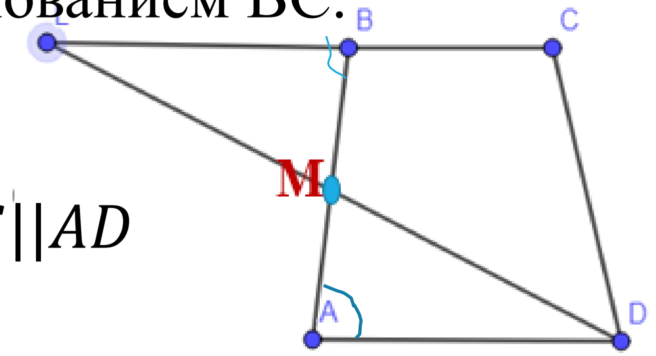
а) $< LBM =< MAD$ как внутренние накрест лежащие при $BC||AD$ (по определению трапеции) и секущей AB;

б) $< LMB =< DMA -$ как вертикальные;

в) BM=MA по условию.

Из пунктов а), б), в) – получаем, что $\Delta LBM = \Delta DAM$ – по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Решение: 1. Продолжим биссектрису DL до пересечения с основанием BC. Получим точку L.



2. Рассмотрим ΔLBM и ΔDAM.

а) $< LBM =< MAD$ как внутренние накрест лежащие при $BC||AD$ (по определению трапеции) и секущей AB;

б) $< LMB =< DMA -$ как вертикальные;

в) BM=MA по условию.

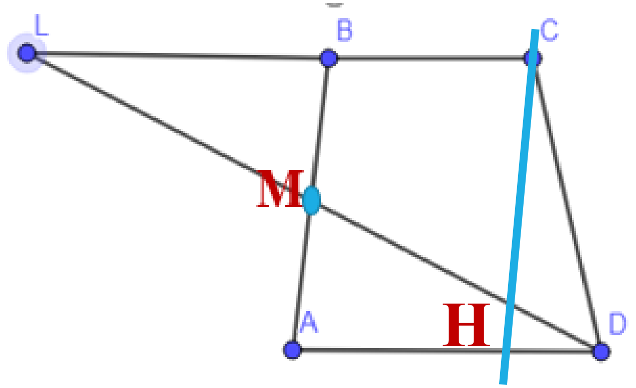
Из пунктов а), б), в) – получаем, что $\Delta LBM = \Delta DAM$ – по стороне и двум прилежащим к ней углам.

В равных треугольниках соответственные элементы равны, следовательно, LB=AD.

3. Рассмотрим $\Delta LCD,$ т. к. DL биссектриса, то $< CDM =< MDA$ и $< BLM =< MDA$ $-$как внутренние накрестлежащие при LC||AD(так основания трапеции параллельны друг другу по определению)и секущей DL. Отсюда $< CDM = < BLM$.

Следовательно, ΔLCD $-$ равнобедренный и LC = CD=41, тогда LB=AD=41-16 =25.

Решение: 3. Рассмотрим ΔLCD, т. к. DL биссектриса, то $< CDM =< MDA$ и $< BLM =< MDA$ – как внутренние накрестлежащие при LC||AD(так основания трапеции параллельны друг другу по определению)и секущей DL. Отсюда $< CDM = < BLM$. Следовательно, ΔLCD – равнобедренный и LC = CD=41, тогда LB=AD=41-16 =25.



4. Проведем прямую CH || AB по построению 4-к ABCH- параллелограмм, тогда BA=CH=40 и BC=AH=16, отсюда DH=25-16=9.

5. Рассмотрим ΔCHD. По теореме обратной теореме Пифагора заметим, что если $CD^2 = CH^2 + HD^2, 41^2 = 40^2 + 9^2$, 1681=1600+81, 1681=1681 – квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный. Отсюда ΔCHD- прямоугольный, где CH – катет, следовательно CH – перпендикулярно AD, тогда и AB перпендикулярно AD. Следовательно AB=CH=40 и CH- высота трапеции ABCD.

6. $S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot CH, S_{ABCD} = \frac{16+25}{2} \cdot 40 = 41 \cdot 20 = 820.$ Ответ: 820.

23.

В прямоугольном треугольнике с прямым углом С известны катеты: AC = 6, BC = 8. Найдите медиану CK этого треугольника.

Дано:

ΔABC

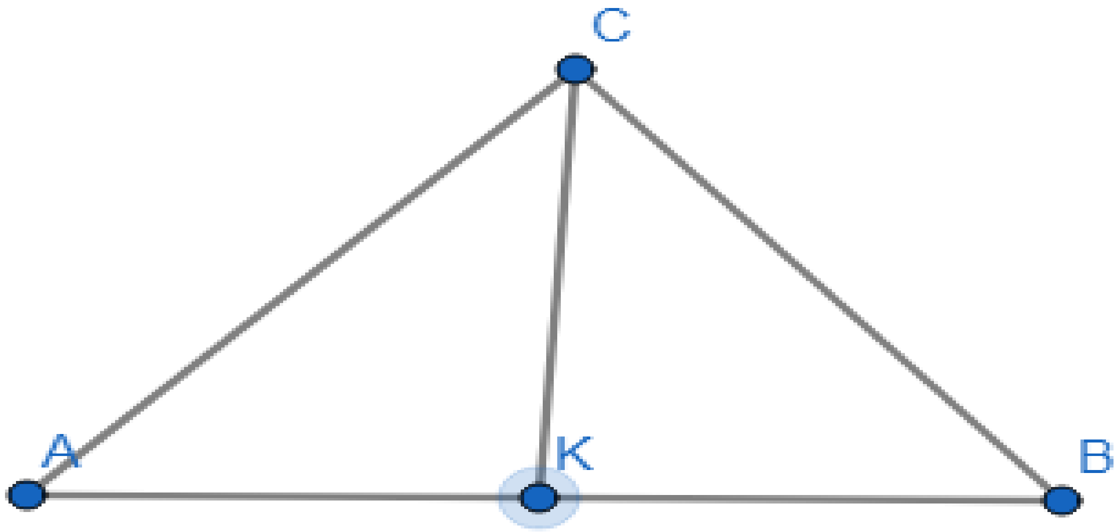
$< C = 90$

AC=6

BC=8

CK- медиана

Найти: CK=?



23. Дано:

ΔABC

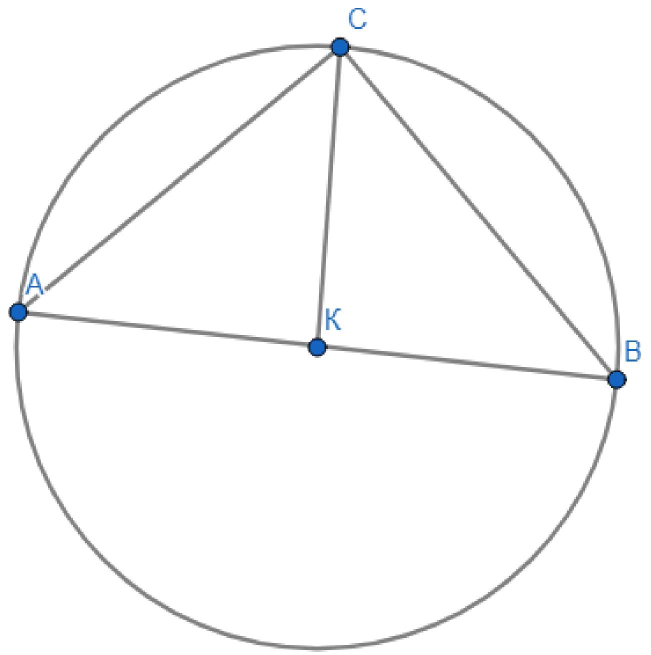
$< C = 90$

AC=6

BC=8

CK- медиана

Найти: CK=?



Решение:

Так как около любого треугольника можно описать окружность.

Опишем окружность около ΔABC. Тогда <ACB – будет вписанный и его градусная мера = 90.Следовательно, AB – диаметр окружности. По определению медианы AK=KB, тогда K центр описанной окружности. Следовательно CK = AK=KB =R- радиус описанной окружности. Тогда CK=$\frac{1}{2}$AB.

Найдем AB по теореме Пифагора. $AB^2 = AC^2 + CB^2$.

AB $= \sqrt{6^2 + 8^2}$=$\sqrt{100} = 10$. Отсюда CK=$\frac{1}{2} \cdot 10 = 5$.

25. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

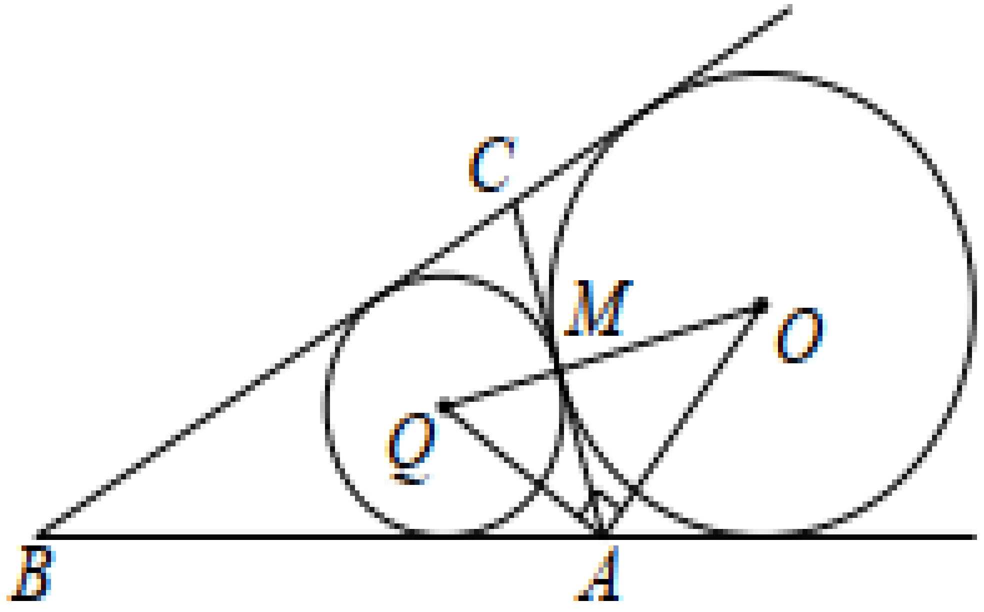
Дано: ΔABC – равнобедренный

AC – основание,

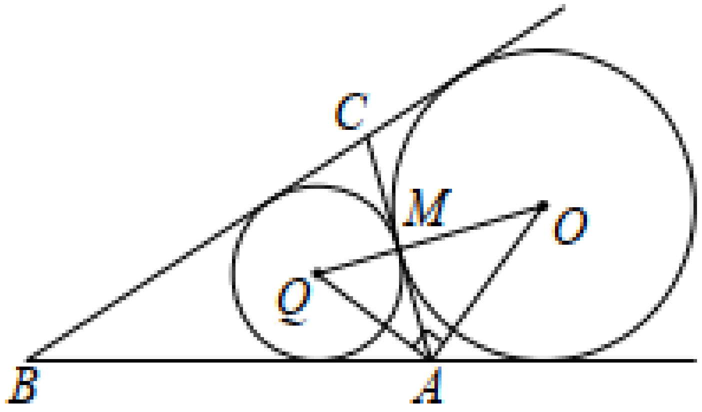
AC=12,

Окружность r=8 с центром вне ΔABC.

Найти: r_1 – вписанной в ΔABC .



25. Дано:ΔABC – равнобедренный
AC – основание,
AC=12,
Окружность r=8 с центром вне ΔABC.
Найти: r_1 – вписанной в ΔABC .



Пусть O –центр данной окружности, а Q –центр окружности,
Вписанной в треугольник ABC. Точка M – точка касания окружностей
Делит AC пополам. Лучи AO и AQ – биссектрисы
Смежных углов, значит, значит $< OAQ$ – прямой.
Тогда $\Delta\ OAQ$- прямоугольный. AM – высота, проведенная из вершины прямого угла
Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла,
есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза
этой высотой.

$$AM^2 = MQ \cdot MO$$

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{36}{8} = 4{,}5.$$

Ответ: 4,5.

• СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !