Подготовка к ОГЭ. ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ - № 22.

1. Постройте график функции $y = -2 - \dfrac{x^2 + 4x}{x + 4}$.

Определите, при каких значениях k прямая y = kx не имеет с графиком общих точек.

Решение: 1. Найдем D(f): $x \neq -4$

2. Преобразуем выражение:

$$-2 - \frac{x^2 + 4x}{x + 4} = -2 - \frac{x(x+4)}{x+4} = -2 - x$$

3. Построим график функции

$y = -2 - x$ при $x \neq -4$

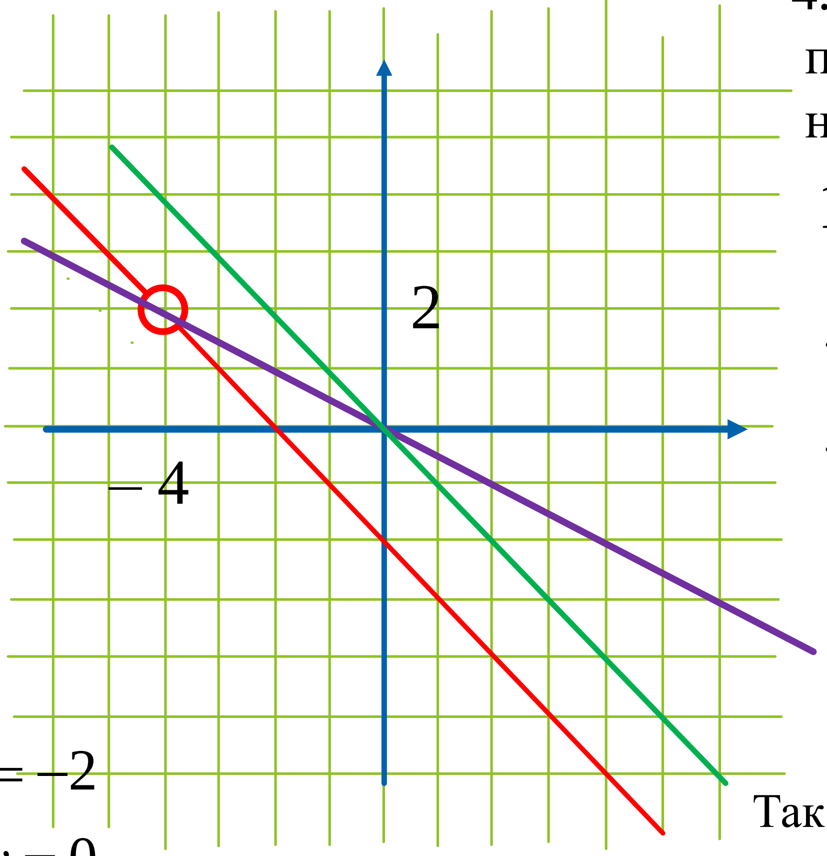
X	0	-2	-4
У	-2	0	2

$x = 0;\ y = -2$

$x = -2;\ y = 0$

$x = -4;\ y = 2$

$(-4;2)$ Выколотая точка



4. y = kx – пучок прямых, проходящих через начало координат

$1)\ x = -4$

$y = 2$

$y = kx$

$$k = \frac{y}{x} = \frac{2}{-4} = -0{,}5$$

$2)\ k = -1$

Так как прямые у которых угловые коэффициенты равны - параллельны, а параллельные прямые не имеют общих точек

Ответ: k = – 0,5; k = – 1

2. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, x \geq 2, \\ x + 3, x \prec 2. \end{cases}$ И определите при каких значениях m прямая y = m имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение. 1. Найдем D(f): $(-\infty; +\infty)$

2. Построим график функции y = x + 3

при x < 2

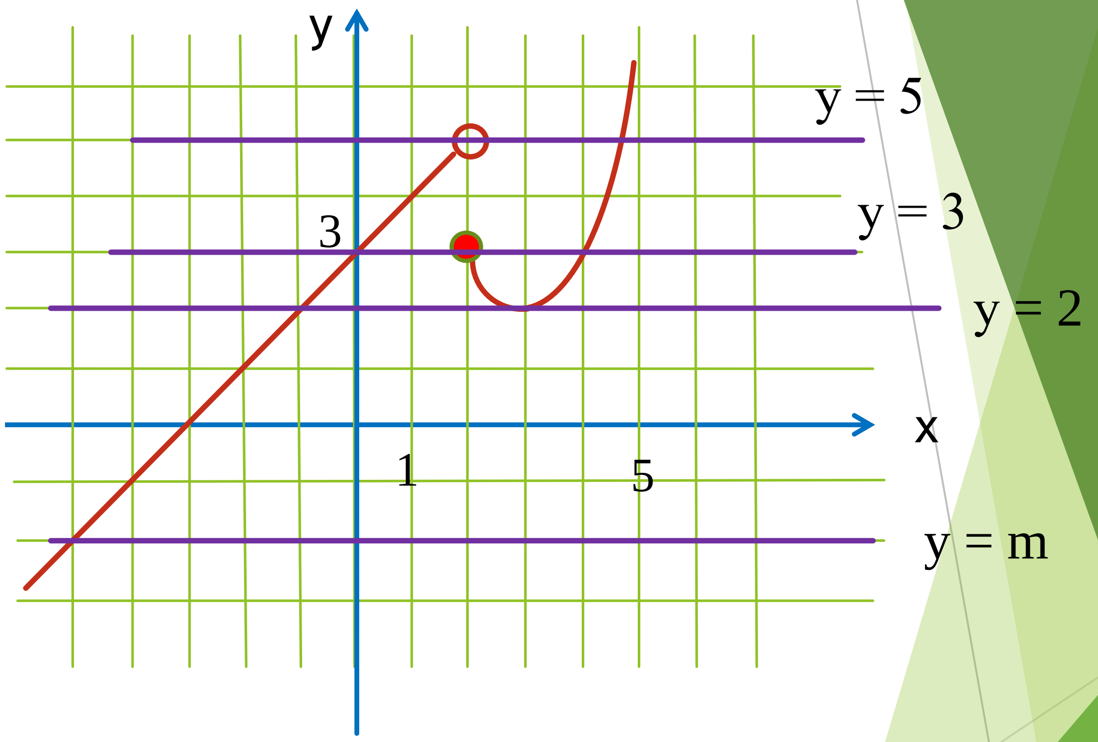
X	0	2
y	3	5

(2;5) выколота

3. Построим график функции $y = x^2 - 6x + 11$

при $x \geq 2$. $x_в = 3$, $y_в = 2$

X	2	3	4	5
y	3	2	3	6



4. Построим семейство прямых y = m,

параллельных или совпадающих с осью Ox.

Ответ: m = 2, 3 < m < 5.

3. Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

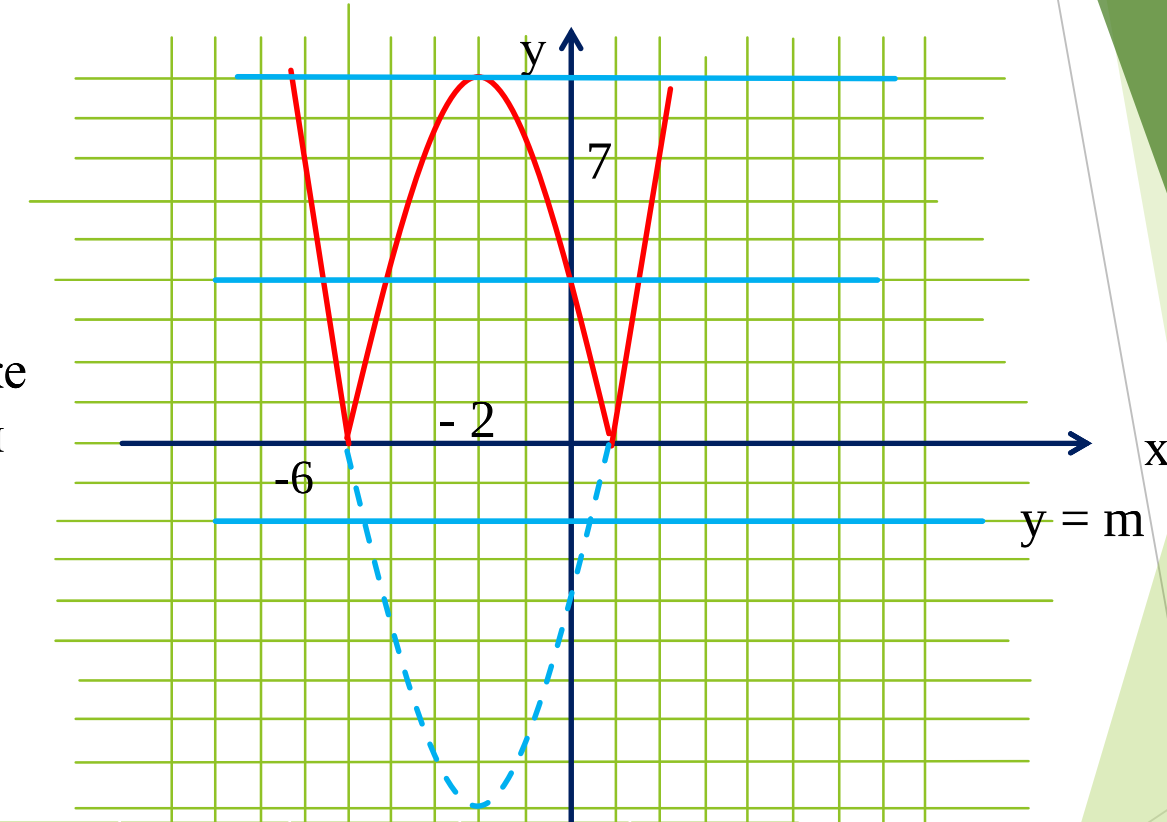
Решение. 1.Найдем D(f): $(-\infty; +\infty)$

2. Построим параболу $y = x^2 + 4x - 5$ и отобразим часть графика лежащую ниже оси Ох симметрично относительно оси Ох.

Найдем координаты вершины

$x_в = -2$, $y_в = -9$,

$x = -2$ –ось параболы.



Х	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
У	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

3. Проведем прямые параллельные оси абсцисс.

4. График может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс 0, 2, 3, 4 общие точки.

Ответ: 4.

4. Постройте график функции $y = \dfrac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|}$. Определите при каких значениях k прямая y =kx не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.

Решение. Найдем D(f): $x \neq 0$, $x \neq -4$, $x \neq 4$

1) Преобразуем выражение

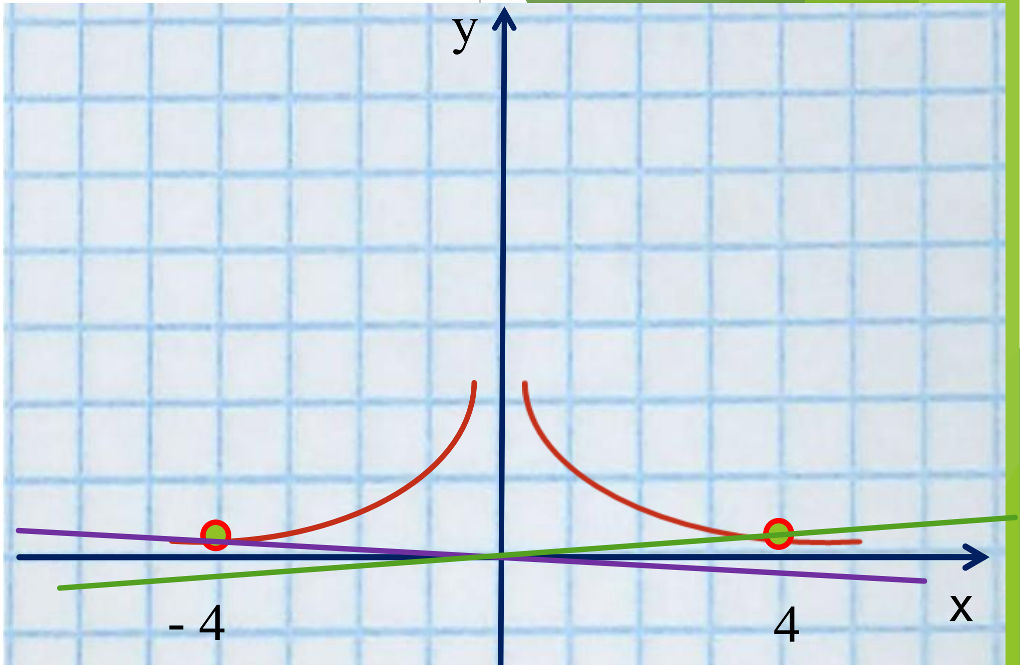
Если $x \geq 0$, то $y = \dfrac{x-4}{x^2-4x} = \dfrac{x-4}{x(x-4)} = \dfrac{1}{x}$ при $x \neq 0$, $x \neq 4$

Если $x < 0$, то $y = \dfrac{-x-4}{x^2+4x} = \dfrac{-(x+4)}{x(x+4)} = -\dfrac{1}{x}$ при $x \neq -4$

$$2)\ y = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, x \succ 0, x \neq 4, \\ -\dfrac{1}{x}, x \prec 0, x \neq -4. \end{cases}$$

x	1/3	1/2	1	2	3	4
y	3	2	1	1/2	1/3	1/4

X	- 1/3	- 1/2	-1	-2	-3	-4
У	3	2	1	1/2	1/3	1/4



(4;1/4) выколотая точка

(-4; ¼) выколотая точка

3) Прямая y=kx не будет иметь с графиком общих точек, если совпадет с осью Ox, прямая y = 0, или пройдет через выколотые точки (4; 1/4), (-4; ¼),

k = y : x, k = ¼: 4 = 1/ 16, k = ¼ : (– 4) = – 1/16,

Ответ: 0, – 1/16, 1/16.

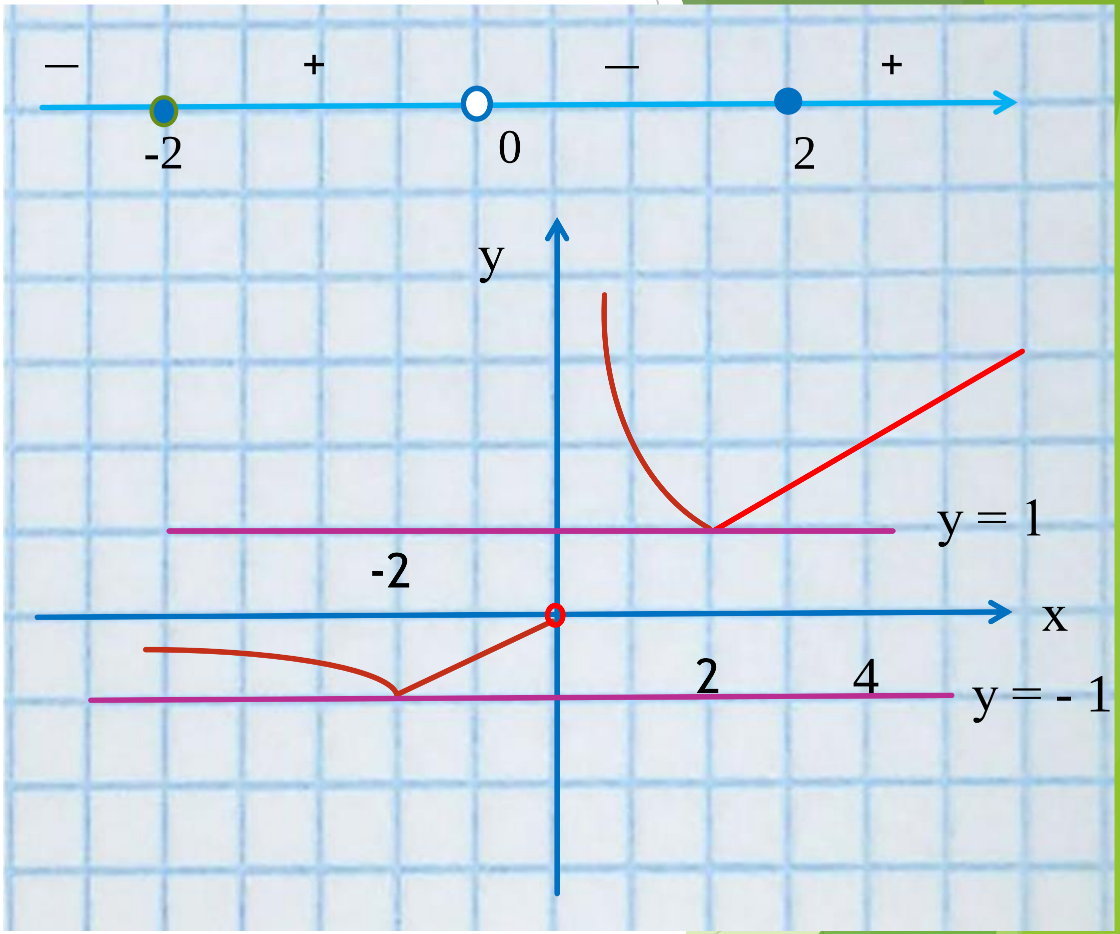
5. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right| + \frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)$. Определите, при каких значениях m прямая y = m имеет одну общую точку.

1. Найдем D(f): $x \neq 0$.

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - 4}{2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{2x}$$

$\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \geq 0$ при $-2 \leq x \prec 0$ и $x \geq 2$,

$\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \prec 0$ при $x \leq -2$ и $0 \prec x \leq 2$



2. 1) При $-2 \leq x \prec 0$ и $x \geq 2$

функция принимает вид: $y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right) = \frac{1}{2}x.$

2) При $x \leq -2$ и $0 \prec x \leq 2$

функция принимает вид: $y = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right) = \frac{2}{x}.$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}x, \textit{при} \ -2 \leq x \prec 0, x \geq 2, \\ \frac{2}{x}, \textit{прих} \ \leq -2, 0 \prec x \leq 2. \end{cases}$$

X	-2	0
у	-1	0

X	2	4
У	1	2

X	1/2	1	2
У	4	2	1

X	-4	-3	-2
У	-1/2	-2/3	-1

Ответ: m = – 1, m = 1.

(0; 0) выколотая точка (2; 1) – точка склейки графиков (-2; -1) – точка склейки графиков