

Подготовка к ОГЭ.
ЗАДАЧИ
ПОВЫШЕННОЙ
СЛОЖНОСТИ
№ 23.

Беркутова Ирина Анатольевна,
учитель математики РКГ № 2

1. Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^2 + 4x}{x + 4}$.

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение:

1. Преобразуем выражение:

$$-2 - \frac{x^2 + 4x}{x + 4} = -2 - \frac{x(x + 4)}{x + 4} = -2 - x$$

при $x \neq -4$

2. Построим график функции

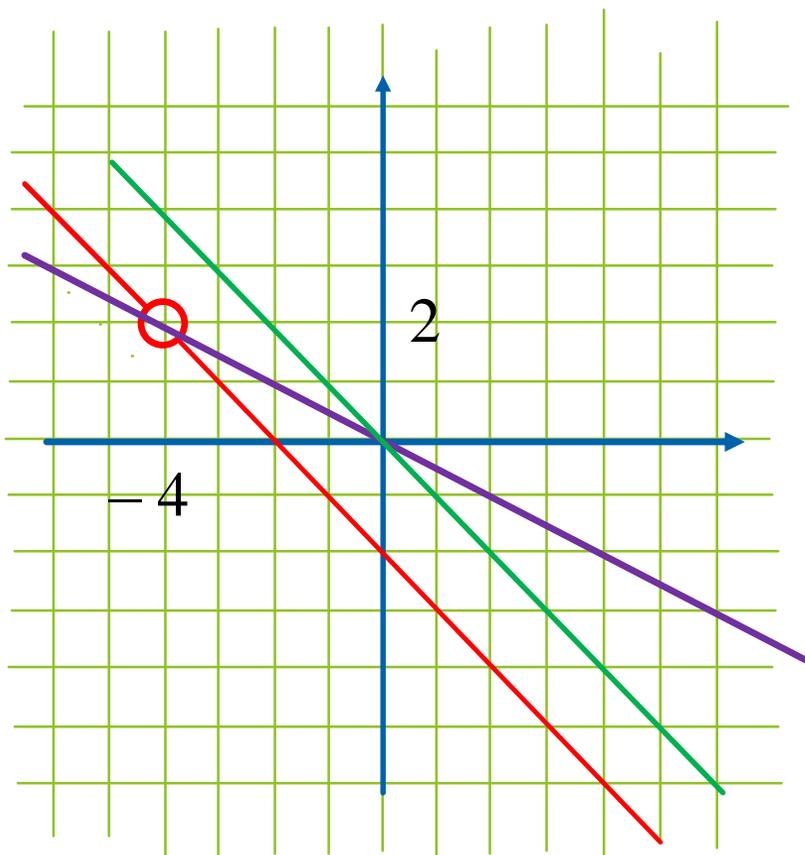
$$y = -2 - x \quad \text{при } x \neq -4$$

$$x = 0; y = -2$$

$$x = -2; y = 0$$

$$x = -4; y = 2$$

$(-4; 2)$ выколота



$$1) x = -4$$

$$y = 2$$

$$y = kx$$

$$k = \frac{y}{x} = \frac{2}{-4} = -0,5$$

$$2) k = -1$$

Ответ: $k = -0,5; k = -1$

2. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & x \geq 2, \\ x + 3, & x < 2. \end{cases}$

И определите при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

1. Построим график функции $y = x + 3$ при $x < 2$

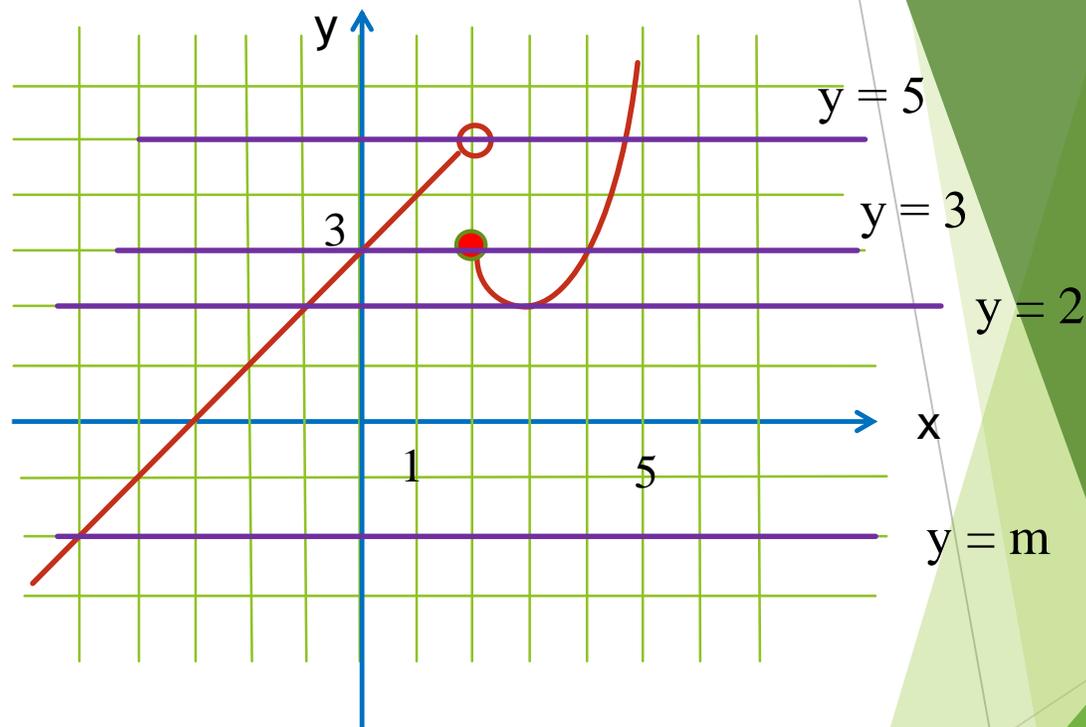
x	0	2
y	3	5

(2;5) выколота

2. Построим график функции $y = x^2 - 6x + 11$ при $x \geq 2$. $x_B = 3, y_B = 2$

x	2	3	4	5
y	3	2	3	6

3. Построим семейство прямых $y = m$, параллельных или совпадающих с осью Ox .



Ответ: $m = 2, 3 < m < 5$.

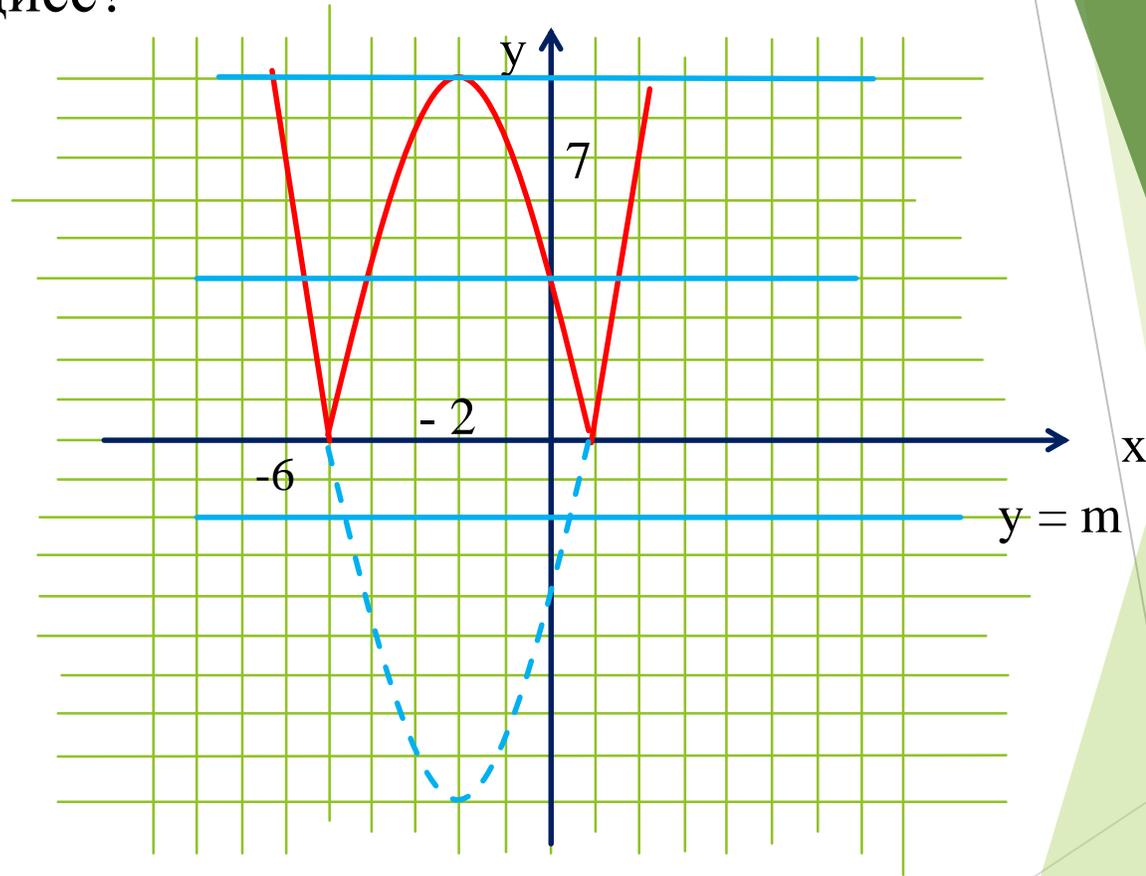
3. Постройте график функции $y = |x^2 + 4x - 5|$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

1. График данной функции – это график параболы $y = x^2 + 4x - 5$, отрицательная часть которой отражена относительно оси Ox .

2. Построим параболу $y = x^2 + 4x - 5$
Найдем координаты вершины
 $x_v = -2$, $y_v = -9$,
 $x = -2$ – ось параболы.



x	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

3. График может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс 0, 2, 3, 4 общие точки.

Ответ: 4.

4. Постройте график функции $y = \frac{|x| - 4}{x^2 - 4|x|}$.

Решение.

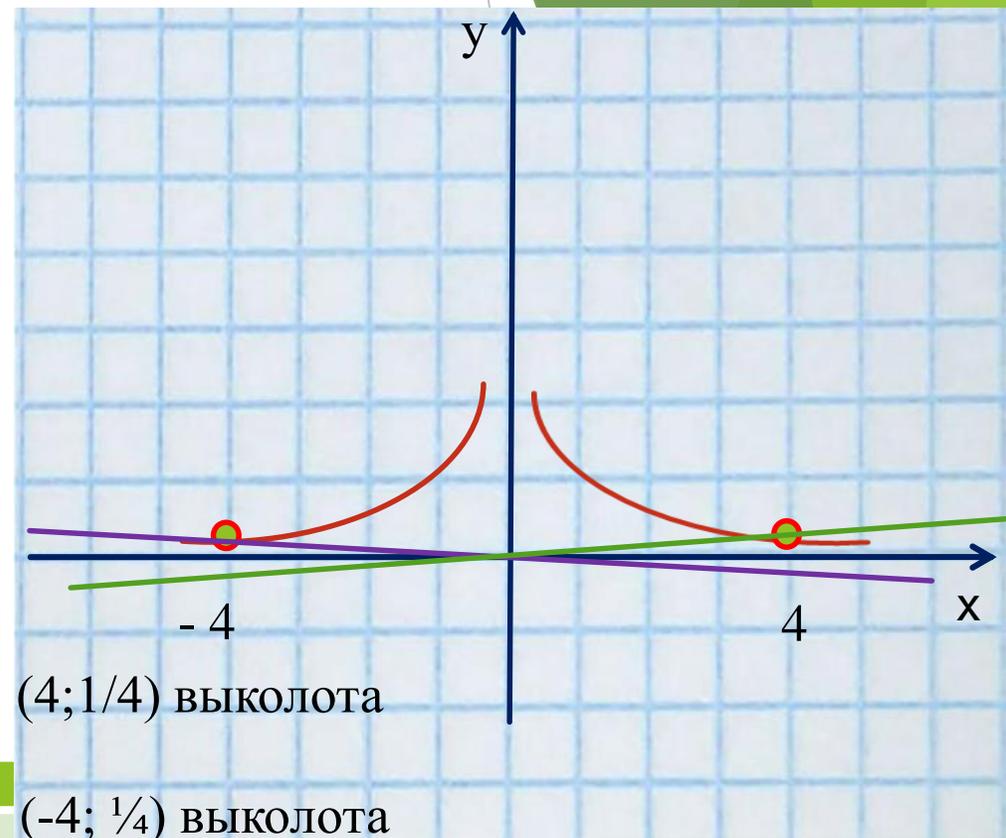
Определите при каких значениях k прямая $y = kx$ не будет иметь с построенным графиком ни одной общей точки.

1) Преобразуем выражение
 Если $x \geq 0$, то $y = \frac{x-4}{x^2-4x} = \frac{x-4}{x(x-4)} = \frac{1}{x}$ при $x \neq 0, x \neq 4$
 Если $x < 0$, то $y = \frac{-x-4}{x^2+4x} = \frac{-(x+4)}{x(x+4)} = -\frac{1}{x}$ при $x \neq -4$

2) $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0, x \neq 4, \\ -\frac{1}{x}, & x < 0, x \neq -4. \end{cases}$

x	1/3	1/2	1	2	3	4
y	3	2	1	1/2	1/3	1/4

x	-1/3	-1/2	-1	-2	-3	-4
y	3	2	1	1/2	1/3	1/4



3) Прямая $y = kx$ не будет иметь с графиком общих точек, если совпадет с осью Ox , прямая $y = 0$, или пройдет через выколотые точки $(4; 1/4)$, $(-4; 1/4)$,

$$k = y : x, \quad k = \frac{1}{4} : 4 = 1/16, \quad k = \frac{1}{4} : (-4) = -1/16,$$

Ответ: 0, -1/16, 1/16.

5. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right| + \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right)$.

$$1. \quad \frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - 4}{2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{2x}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \geq 0 \text{ при } -2 \leq x < 0 \text{ и } x \geq 2,$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{x} < 0 \text{ при } x \leq -2 \text{ и } 0 < x \leq 2$$

2. 1) При $-2 \leq x < 0$ и $x \geq 2$

функция принимает вид: $y = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right) = \frac{1}{2}x.$

2) При $x \leq -2$ и $0 < x \leq 2$

функция принимает вид: $y = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right) = \frac{2}{x}.$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & \text{при } -2 \leq x < 0, x \geq 2, \\ \frac{2}{x}, & \text{при } x \leq -2, 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

x	-2	0
y	-1	0

x	2	4
y	1	2

x	1/2	1	2
y	4	2	1

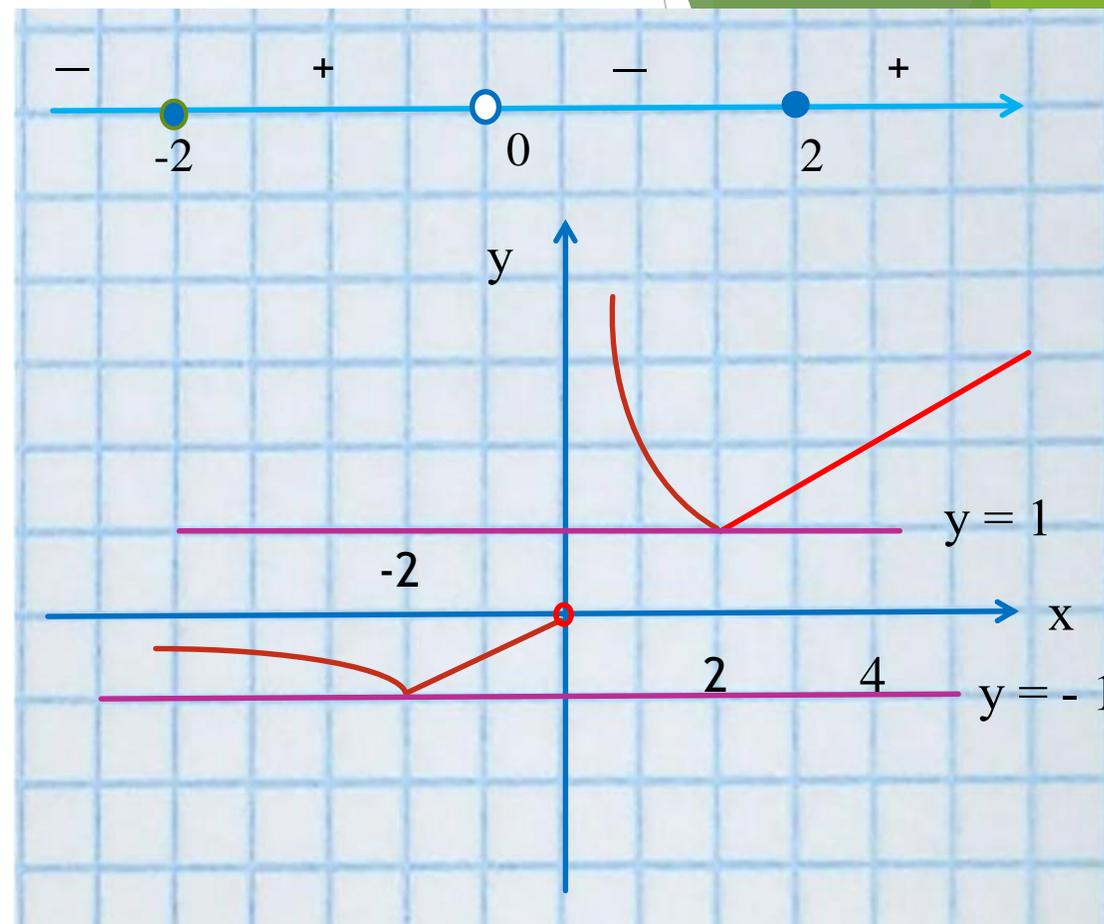
x	-4	-3	-2
y	-1/2	-2/3	-1

(0; 0) выколота

(2; 1) – склейка графиков

(-2; -1) – склейка графиков

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет одну общую точку.



Ответ: $m = -1, m = 1.$