МБОУ АКАДЕМИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ ИМЕНИ Г. А. ПСАХЬЕ Г.ТОМСКА

ЗАДАЧИ №25 ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ПОДГОТОВИЛА: ОЛЬГА МИХАЙЛОВНА ЖОЛОБ,
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ

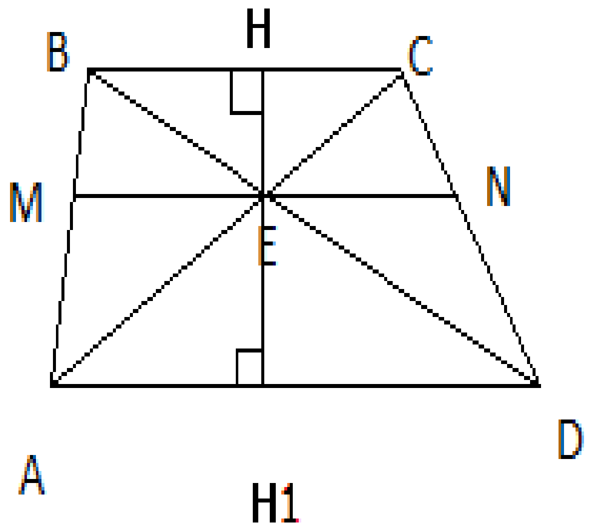
ТОМСК - 2020

ЗАДАЧА №1

- На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC отмечена точка E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции

ЗАДАЧА №1

- На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC отмечена точка E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции



Дано:

ABCD - трапеция

(BC || AD - основания)

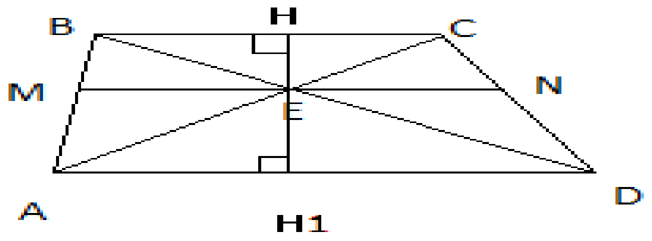
MN - средняя линия

т. E принадлежит MN

Док-ть: S BEC + S AED = 1\2 S ABCD

ЗАДАЧА №1

- На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC отмечена точка E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции



Дано:
ABCD - трапеция
(BC || AD - основания)
MN - средняя линия
т. E принадлежит MN
Док-ть: S BEC + S AED = 1\2 S ABCD

Доказательство:

1) Д.п: проведем прямую EH ⊥ BC и EH ∧ AD в т. H1
Т.к. основания трапеции BC || AD => EH⊥AD =>
EH - высота △ BCE
EH1 - высота △ ADE
и следовательно HH1 - высота ABCD =>

$$S\ ABCD = \frac{BC + AD}{2} * HH1$$

2) MN - средняя линия => AM = MB
BC || MN || AD
по т. Фалеса => HE = EH1 = = 1\2 HH1

Следовательно,
S△BEC + S△AED = 1\2 * EH * BC + 1\2 * EH1 * AD = 1\2 * 1\2 * HH1BC + 1 \2 * 1\2 * HH1AD = 1\2 * 1\2 * HH1 * (BC + AD) = 1\2 * $\underbrace{\frac{BC + AD}{2} * HH1}_{S\ ABCD}$ =

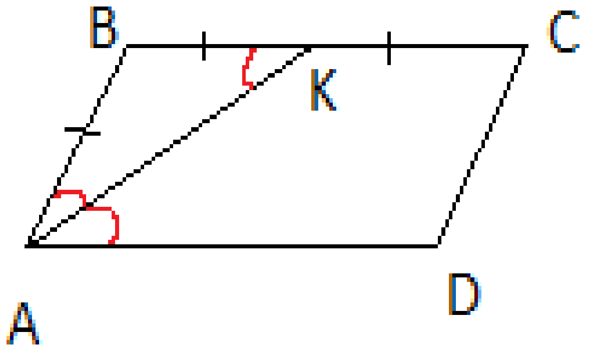
= 1\2 * S ABCD

ЗАДАЧА №2

- Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Точка K - середина стороны BC. Докажите, что луч AK - биссектриса угла BAD.

ЗАДАЧА №2

- Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Точка K - середина стороны BC. Докажите, что луч AK - биссектриса угла BAD.



Дано:

ABCD - параллелограмм

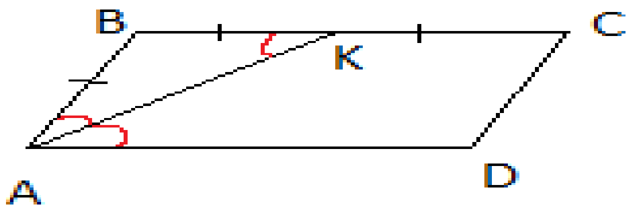
BC > AB в 2 раза

т. K - середина BC

Док-ть: AK - биссектриса $\angle$BAD

ЗАДАЧА №2

- Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Точка K - середина стороны BC. Докажите, что луч AK - биссектриса угла BAD.



Дано:
ABCD - параллелограмм
$BC > AB$ в 2 раза
т. K - середина BC
Док-ть: AK - биссектриса $\angle BAD$

Доказательство:

1) Из дано т. K - середина BC => $BK = 1\backslash 2\ BC$
и $BC > AB$ в 2 раза => $AB = 1\backslash 2\ BC$ => $BK = AB$ =>

=> $\triangle ABK$ - равнобедренный

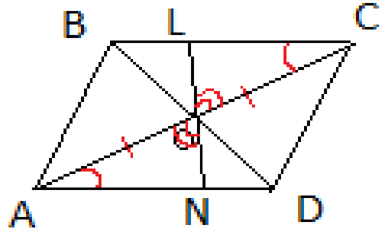
$\angle BAK = \angle BKA$ - углы при основании.

2) ABCD - параллелограмм => $BC \parallel AD$ => $\angle BKA = \angle KAD$ - накрест лежащие углы.

3) Т. к. $\angle BAK = \angle BKA$, $\angle KAD = \angle BKA$ $\Rightarrow$ $\angle BAK = \angle KAD$ => AK - биссектриса $\angle BAD$

ЗАДАЧА №3

- Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что CL = AN.



Дано:
ABCD - параллелограмм (BC || AD; AB || CD)
диагонали BD $\cap$ AC в т. O
прямая LN $\cap$ BC в т. L
LN $\cap$ AD в т. N
LN проходит через т. O

Доказать: CL = AN

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle$OLC и $\triangle$AON :
1) $\angle$ OCL = $\angle$ OAN - накрест лежащие при BC || AD и секущей CA
2) $\angle$LOC = $\angle$ AON - вертикальные
3) OA = OC (свойство параллелограмма: диагонали точкой пересечения делятся пополам)

=> $\triangle$OLC = $\triangle$AON

по 2 признаку => CL = AN

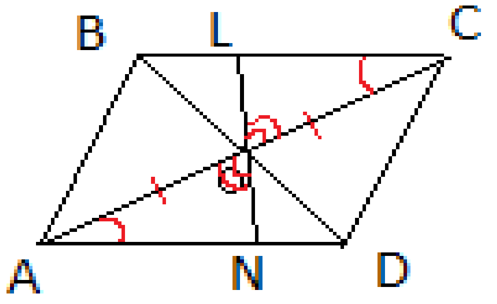
■

ЗАДАЧА №3

- Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что CL = AN.

ЗАДАЧА №3

- Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что CL = AN.



Дано:

ABCD - параллелограмм (BC || AD; AB || CD)

диагонали BD∧AC в т. O

прямая LN ∧ BC в т. L

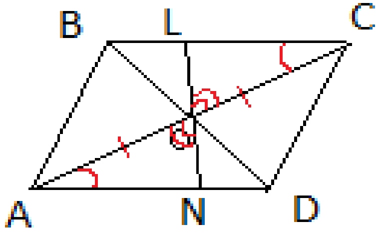
LN ∧ AD в т. N

LN проходит через т. O

Доказать: CL = AN

ЗАДАЧА №3

- Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что CL = AN.



Дано:
ABCD - параллелограмм (BC || AD; AB || CD)
диагонали BD ∧ AC в т. O
прямая LN ∧ BC в т. L
LN ∧ AD в т. N
LN проходит через т. O

Доказать: CL = AN

Доказательство:

Рассмотрим △OLC и △AON :
1) ∠ OCL = ∠ OAN - накрест лежащие при BC || AD и секущей CA
2) ∠LOC = ∠ AON - вертикальные
3) OA = OC (свойство параллелограмма: диагонали точкой пересечения делятся пополам)

=> △OLC = △AON

по 2 признаку => CL = AN

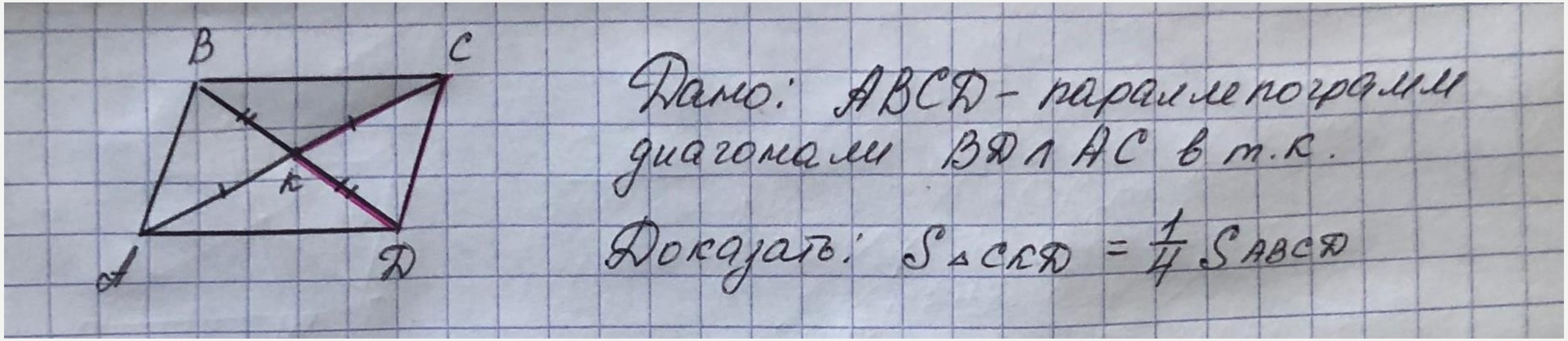
■

ЗАДАЧА №4

- В параллелограмме ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке K. Докажите, что площадь параллелограмма ABCD в четыре раза больше площади треугольника CKD.

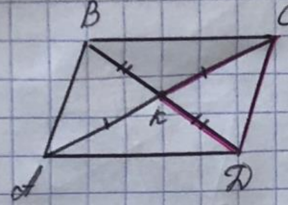
ЗАДАЧА №4

- В параллелограмме ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке K. Докажите, что площадь параллелограмма ABCD в четыре раза больше площади треугольника CKD.



ЗАДАЧА №4

- В параллелограмме ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке K. Докажите, что площадь параллелограмма ABCD в четыре раза больше площади треугольника CKD.



Дано: ABCD – параллелограмм, диагонали $BD \cap AC$ в т. К.

Доказать: $S_{\triangle CKD} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle CKD$:

$BK = KD$ (диагонали параллелограмма точкой п/я делится пополам)

$AK = KC$

$\angle BKA = \angle CKD$ – вертикальные

$\Rightarrow \triangle ABK = \triangle CKD$ по I признаку

$\Downarrow$

$S_{\triangle ABK} = S_{\triangle CKD}$

2) Аналогично $\triangle BKC = \triangle AKD$ по I признаку

($BK = KD$, $AK = KC$, $\angle BKC = \angle AKD$ – вертикальные)

$\Downarrow$

$S_{\triangle BKC} = S_{\triangle AKD}$

3) $S_{\triangle CKD} = \frac{1}{2} CK \cdot KD \cdot \sin \angle DKC$

$S_{\triangle BKC} = \frac{1}{2} BK \cdot CK \cdot \sin \angle BKC$

$BK = KD$

$\angle DKC$ и $\angle BKC$ – смежные $\Rightarrow \sin \angle DKC = \sin \angle BKC$

$\Rightarrow S_{\triangle CKD} = S_{\triangle BKC} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle CKD} = S_{\triangle ABK} = S_{\triangle BKC} = S_{\triangle AKD}$

4) $S_{ABCD} = S_{\triangle ABK} + S_{\triangle CKD} + S_{\triangle BKC} + S_{\triangle AKD} = 4 S_{\triangle CKD}$

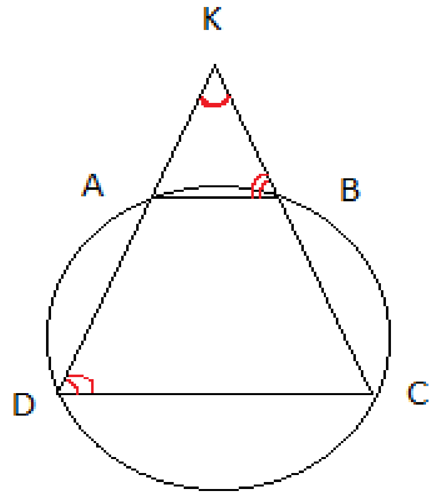
следовательно $S_{\triangle CKD} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$

ЗАДАЧА №5

- В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что углы CC_1B_1 и CBB_1 равны.

ЗАДАЧА №6

- Известно, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения стороны AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольник KAB и KCD подобны.

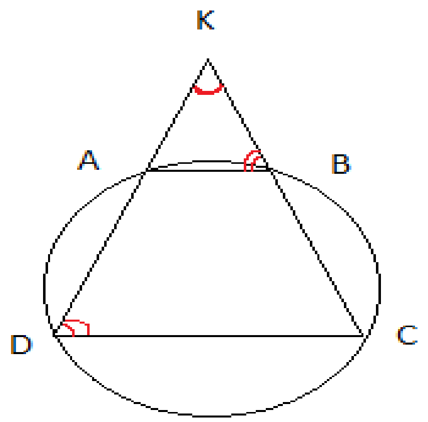


Дано:
около четырёхугольника ABCD описана окружность
AD ∩ BC в т. K

Доказать: $\triangle$ KAB ~ $\triangle$KCD

ЗАДАЧА №6

- Известно, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения стороны AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольник KAB и KCD подобны.



Дано:
около четырёхугольника ABCD описана окружность
AD ∧ BC в т. K

Доказать: △ KAB ~ △KCD

Доказательство:

Рассмотрим △ KAB и △ KCD:
1) ∠K - общий
2) Т.к. около ABCD можно описать окр. => ∠D + ∠ ABC = 180°=>∠D = 180°- ∠ ABC
∠ABC +∠KBA = 180°- смежные =>∠KBA = 180°- ∠ ABC

=>∠D = ∠ KBA =>

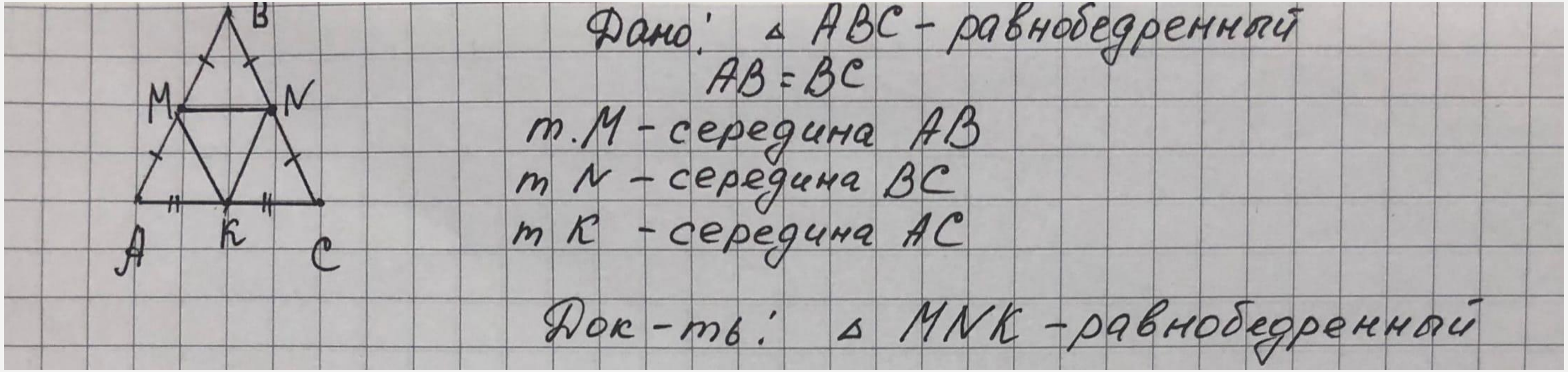
=> △ KAB ~△KCD по двум углам

ЗАДАЧА №7

- В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) точки M, N, K - середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK - равнобедренный.

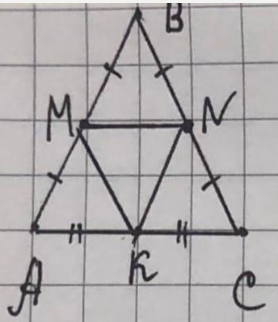
ЗАДАЧА №7

- В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) точки M, N, K - середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK - равнобедренный.



ЗАДАЧА №7

- В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) точки M, N, K - середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK - равнобедренный.



Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный

$AB = BC$

т. M – середина AB

т N – середина BC

т K – середина AC

Док-ть: $\triangle MNK$ – равнобедренный

Док-во:

Т.к т. M – середина AB, т. K – середина AC $\Rightarrow$ MK – средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow MK = \frac{1}{2} BC$

Аналогично, т. N – середина BC, т K – середина AC $\Rightarrow$ NK – средняя линия $\Rightarrow NK = \frac{1}{2} AB$

Из дано известно, что $AB = BC \Rightarrow MK = NK \Rightarrow \triangle MKN$ – равнобедренный

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!